

Prof. Dr. Alfred Toth

Suppletionstheorie

Vorwort

Gegeben sei ein Paar $P = (A, B)$. Suppletion liegt vor gdw. es eine Abbildung σ gibt mit $\sigma: (A, B) \rightarrow (A, C, B)$. Es liegt auf der Hand, daß Suppletion sowohl metasemiotisch, semiotisch als auch ontisch auftritt. Während metasemiotische, speziell linguistische Suppletion noch gänzlich ununtersucht ist, vgl. etwa auf phonetischer Ebene schwzdt. Hörnli \rightarrow Hörndli (und alle weiteren «rhadiophonischen» Laute), auf morphologischer Ebene dt. dial. er hat geschrieben \rightarrow er hat geschrieben gehabt (hyperkompomniertes Perfekt), auf lexikalischer Ebene dt. Tomatencrème \rightarrow Tomatencrèmesuppe und auf syntaktischer Ebene dt. Hans hat das getan \rightarrow Der Hans, der hat das getan (Thema, Topik), werden im vorliegenden Bande meine gesammelten Studien zur semiotischen und ontischen Suppletion, chronologisch angeordnet, präsentiert.

Von besonderem Interesse ist die ontische Suppletion der raumsemiotischen Relationen, welche in der Architektur (ebenso wie in der Architektursemiotik) bis heute keine Rolle spielt. Ontische Suppletiva unterscheiden sich durch alle der 10 invarianten ontischen Relationen sowie dadurch, daß sie immer zeitlich vor- oder nachgegeben sind, d.h. es gilt entweder $t(C) < (t(A), t(B))$ oder $t(C) > (t(A), t(B))$. Praktisch gesehen sind also Suppletiva im vorgegebenen Falle Präsentanten konservierter raumsemiotischer Entitäten – etwa bei Nullabbildung und Neubelegung von A und/oder B, oder sie sind im nachgegebenen Falle Neubelegungen von nullabgebildetem nicht-suppletivem B in einer Struktur (A, B, C).

Tucson, AZ, 14.10.2018

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Involvation und Suppletion I

1. In unserer Untersuchung der Exessivität semiotischer Teilrelationen (vgl. Toth 2013) hatten wir die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen wie folgt durch geordnete Paare involvativer und suppletiver Primzeichen-Kategorien definiert

$$(.1.) = \langle -, - \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1., -) \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

wobei die generativen Relationen zwischen den Paaren von Primzeichen denjenigen zwischen den Paaren von Kategorien entsprechen

$$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong \langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle.$$

2. Unter Involvation (INV) sei diejenige Relation eines Subzeichens verstanden, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt:

$$(a.b) < (c.d),$$

und dies ist der Fall gdw. gilt

innerhalb der trichotomischen Teilordnung

$$(.b) < (.d)$$

und innerhalb der triadischen Teilordnung

$$(a.) < (c.).$$

Unter Suppletion (SUP) verstehen wir diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt

$$(a.b) > (c.d).$$

Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Auf diese Weise kann man nun für alle 9 Subzeichen die INV-Relationen und die SUP-Relationen bestimmen.

1. Trichotomische Teilordnung

$$\text{INV}(1.1) = \emptyset$$

$$\text{SUP}(1.1) = \{(1.2), (1.3)\}$$

$$\text{INV}(1.2) = (1.1)$$

$$\text{SUP}(1.2) = (1.3)$$

$$\text{INV}(1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\text{SUP}(1.3) = \text{INV}(1.1), \text{ usw.}$$

2. Triadische Teilordnung

$$\text{INV}(1.1) = \emptyset$$

$$\text{SUP}(1.1) = \{(2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(2.1) = (1.1)$$

$$\text{SUP}(2.1) = (3.1)$$

$$\text{INV}(3.1) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.1) = \text{INV}(1.1), \text{ usw.}$$

Es gilt also

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

und für die Teilordnungen Tr und Tt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

Literatur

Bense, Max, *Axiomatik und Semiotik*. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, *Excessive Kategorien*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2013

Semiotische Involvation und Suppletion II

1. Semiotisch-kategoriales Schema nach Toth (2013a, b)

$$(.1.) = \langle \text{---}, \text{---} \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1.), \text{---} \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

zu den Primzeichen vgl. Bense (1981, S. 17 ff.).

Isomorphie der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong \langle \text{---}, \text{---} \rangle, \langle (.1.), \text{---} \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle.$$

Definition 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) < (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(b) < (.d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

Definition 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Gesetze der Zeichen-Arithmetik

1. Für beide semiotischen Teilordnungen

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

2. Für die Teilordnungen Tr und Tt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}.$$

2. Nach dieser Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse können wir für jede Zeichenklasse und ihre duale Realitätsthematik die zugehörigen involutiven und suppletiven Relationen bilden.

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

=====

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\text{SUP}(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Für jede Zkl und für jede Rth gilt somit natürlich

$$(3.a, 2.b, 1.c)^\circ = \text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cup \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c),$$

$$\text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cap \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c) = \emptyset$$

$$\text{INV}(a, .b, .c) = \text{INV}(3., 2., 1.)^{-1}$$

$$\text{SUP}(a, .b, .c)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(3., 2., 1.)^{-1}_{\text{Tr}}.$$

Die Mengen der involvativen und der suppletiven Relationen jedes Zeichens partitionieren somit das zu jedem Zeichen komplementäre "semiotische Universum" entsprechend der Position jeder Subrelation innerhalb der triadischen und innerhalb der trichotomischen Ordnung der Primzeichen bzw. der semiotischen Kategorien.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Excessive Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Semiotische Involvation und Suppletion III

1. In Toth (2013) wurden neben den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen semiotische Kategorien definiert (die nicht mit den Peirceschen "Fundamentalkategorien" zu verwechseln sind)

(.1.) := $\langle \leftarrow, \rightarrow \rangle$

(.2.) := $\langle (.1., \leftarrow) \rangle$

(.3.) := $\langle (.1.), (.2.) \rangle$.

Es besteht Isomorphie zwischen der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong [\langle \leftarrow, \rightarrow \rangle] > [\langle (.1., \leftarrow) \rangle] > [\langle (.1.), (.2.) \rangle]$.

Die "Leerstellen" in den Kategorien stehen für zwei semiotisch verschiedene Arten von Relationen.

DEFINITION 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) < (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(b) < (d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

DEFINITION 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Für die semiotischen Kategorien gelten folgende arithmetische Gesetze.

1. Für beide semiotischen Teilordnungen

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

2. Für die Teilordnungen Tr und Tt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tr}}$$

2. Im folgenden werden die involvativen und die suppletiven Relationen für jede Zeichenklasse angegeben.

$$2.1. \text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$2.2. \text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.2)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$2.3. \text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$2.4. \text{Zkl}(3.1, 2.2, 1.2)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$2.5. \text{Zkl}(3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$2.6. \text{Zkl}(3.1, 2.3, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$2.7. \text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.2)$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$2.8. \text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$2.9. \text{Zkl}(3.2, 2.3, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$2.10. (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\text{INV}(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\text{SUP}(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Die Mengen der involvativen und der suppletiven Relationen jedes Zeichens partitionieren somit das zu jedem Zeichen komplementäre "semiotische Universum" entsprechend der Position jeder Subrelation innerhalb der triadischen und innerhalb der trichotomischen Ordnung der Primzeichen bzw. der semiotischen Kategorien. D.h. aber, jedes Zeichen hat als System nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen, ein involvatives und ein suppletives Zeichen-Komplement. Wir bekommen also eine neue systemtheoretische Definition des Zeichens

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

mit $U_1 \cup U_2 = Z^\circ$.

Bezeichnen wir den von Bense (1983) operationalisierten, bereits auf Peirce zurückgehenden Begriff des "semiotischen Universums" mit S, so gilt also

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2.$$

3. Das wesentliche Ergebnis der neuen, systemtheoretischen Zeichen-Definition besteht darin, daß sie nicht wie diejenige des Objekts

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}]$$

dyadisch, sondern triadisch ist, d.h. es gibt in S nicht-triviale Ränder zwischen dem Zeichen als System und seinen Umgebungen

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$ auf jeden Fall

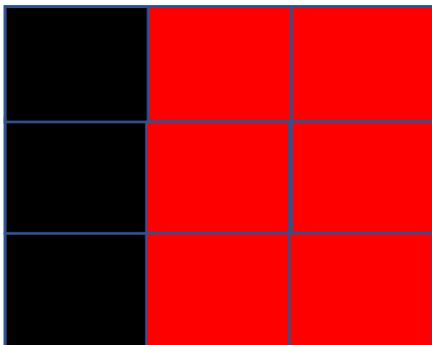
$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt als System zwei nicht-triviale Ränder. Diese Ränder sind natürlich nichts anderes als die "Interfaces" zwischen dem Zeichen und seinem Objekt, denn wir können sofort in S einsetzen

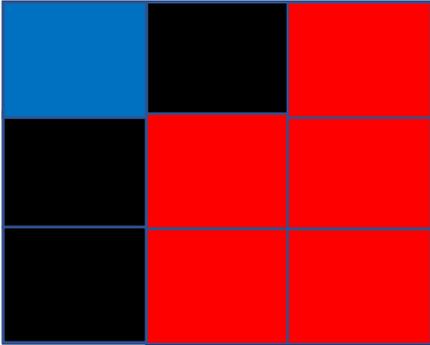
$$S = U_1 \cup \Omega^{-1} \cup U_2.$$

4. Bevor wir uns an die Untersuchung dieser Zeichen-Objekt-Ränder machen, interessieren uns aber, wie bereits gesagt, die Ränder zwischen dem Zeichen und seinen beiden komplementären Umgebungen. In den folgenden Matrix-Darstellungen werden die durch Z^i belegten Felder schwarz, die durch $U_1(Z^i)$ belegten blau und die durch $U_2(Z^i)$ belegten rot markiert.

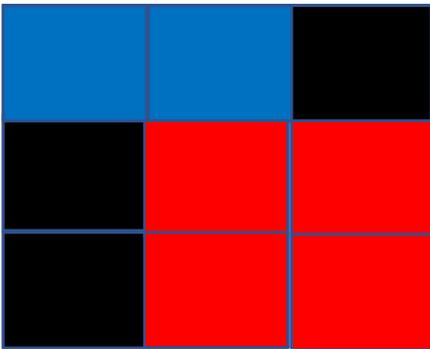
$$4.1. S^1 = U_1 \cup [3.1, 2.1, 1.1] \cup U_2$$



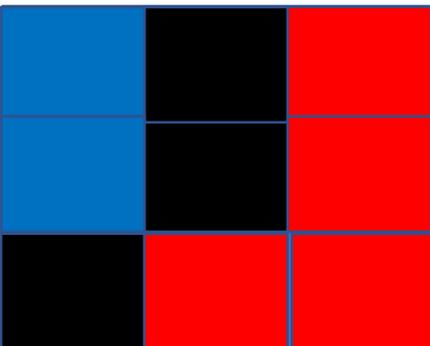
$$4.2. S^2 = U_1 \cup [3.1, 2.1, 1.2] \cup U_2$$



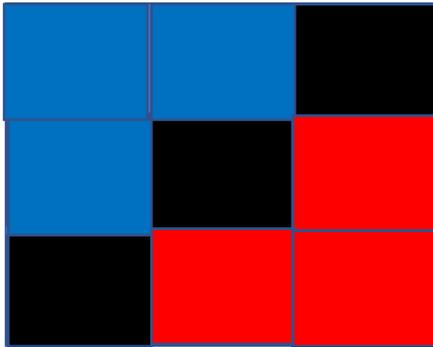
$$4.3. S^3 = U_1 \cup [3.1, 2.1, 1.3] \cup U_2$$



$$4.4. S^4 = U_1 \cup [3.1, 2.2, 1.2] \cup U_2$$



$$4.5. S^5 = U_1 \cup [3.1, 2.2, 1.3] \cup U_2$$



Mit Hilfe von Z^* ergibt sich somit eine weitere Definition der semiotischen Eigenrealität (vgl. Bense 1992). Diese kann nun durch die Äquivalenz der semiotischen Umgebungen eines Zeichens definiert werden.

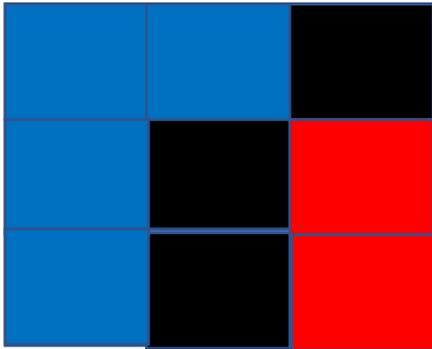
$$4.6. S^6 = U_1 \cup [3.1, 2.3, 1.3] \cup U_2$$



$$4.7. S^7 = U_1 \cup [3.2, 2.2, 1.2] \cup U_2$$



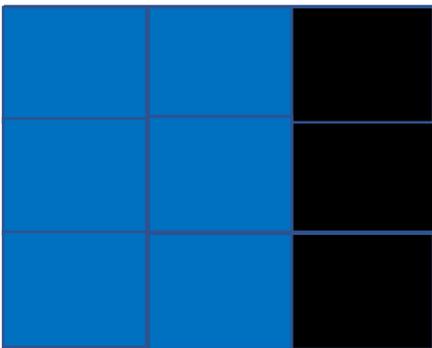
$$4.8. S^8 = U_1 \cup [3.2, 2.2, 1.3] \cup U_2$$



$$4.9. S^9 = U_1 \cup [3.2, 2.3, 1.3] \cup U_2$$



$$4.10. S^{10} = U_1 \cup [3.3, 2.3, 1.3] \cup U_2$$



Es ist also z.B.

$$\mathcal{R}[Z^{10}, U_1] = \mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2 \cup \mathcal{R}_3$$

mit

$$\mathcal{R}_1[(((1.1), (1.2)), (1.3))]$$

$\mathcal{R}_2[((2.1), (2.2)), (2.3))]$

$\mathcal{R}_3[((3.1), (3.2)), (3.3))]$

$\mathcal{R}[Z^{10}, U_2] = \emptyset$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Semiotische Involvation und Suppletion IV

1. In Toth (2013) wurden neben den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen semiotische Kategorien definiert (die nicht mit den Peirceschen "Fundamentalkategorien" zu verwechseln sind)

(.1.) := $\langle \leftarrow, \rightarrow \rangle$

(.2.) := $\langle (.1., \leftarrow) \rangle$

(.3.) := $\langle (.1.), (.2.) \rangle$.

Es besteht Isomorphie zwischen der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong [\langle \leftarrow, \rightarrow \rangle] > [\langle (.1., \leftarrow) \rangle] > [\langle (.1.), (.2.) \rangle]$.

Die "Leerstellen" in den Kategorien stehen für zwei semiotisch verschiedene Arten von Relationen.

DEFINITION 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) < (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(b) < (d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

DEFINITION 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Für die semiotischen Kategorien gelten folgende arithmetische Gesetze.

1. Für beide semiotischen Teilordnungen

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

2. Für die Teilordnungen Tr und Tt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tr}}$$

2. Nach diesem kurzen Résumé werden im folgenden die Ränder zwischen je 2 durch 2 Zeichenklassen repräsentierte Zeichen bestimmt, indem die Schnittmengen der je 2 Umgebungen, d.h. der involvativen und der suppletiven, bestimmt werden.

$$2.1. \mathcal{R}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.1)) \cap U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.2))$$

$$(\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset) \cup (\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}) \cap (\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)) \cup (\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3), (1.1)\}) = \{(3.3), (3.2), (2.3), (2.2), (1.3)\}.$$

$$2.2. \mathcal{R}((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.3)) \cap U(\text{Zkl}(3.1, 2.2, 1.2)) = \{(3.3), (3.2), (2.3), (1.1)\}.$$

$$2.3. \mathcal{R}((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = U(\text{Zkl}(3.1, 2.2, 1.3)) \cap U(\text{Zkl}(3.1, 2.3, 1.3)) = \{(3.3), (3.2), (2.1), (1.2), (1.1)\}.$$

$$2.4. \mathcal{R}((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = U(\text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.2)) \cap U(\text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.3)) = \{(3.3), (3.1), (2.3), (2.1), (1.1)\}.$$

$$2.5. \mathcal{R}((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = U(\text{Zkl}(3.2, 2.3, 1.3)) \cap U(\text{Zkl}(3.3, 2.3, 1.3)) = \{(3.1), (2.2), (2.1), (1.2), (1.1)\}.$$

Eine "Ausdünnung" semiotischer Ränder kann man beobachten, wenn man dieses Verfahren, jeweils den Rand einer n-ten und einer (n+1)-ten Zeichenklasse zu bestimmen, zuerst durch Tripel statt Paare von Zeichenklassen weiterführt.

$$2.6. \mathcal{R}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.1)) \cap U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.2)) \cap U(\text{Zkl}(3.1, 2.1, 1.3)) = \{(3.3), (3.2), (2.3), (2.2), (1.3)\} \cap \{(3.3), (3.2), (2.3), (2.2), (1.2), (1.1)\} = \{(3.3), (3.2), (2.3), (2.2)\}.$$

Eine stärkere Ausdünnung erreicht man natürlich dann, wenn man die Einschränkungen der Nachfolge für Zeichenklassen entfernt.

2.7. $\mathcal{R}((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = \{(3.3), (3.2), (2.3), (2.2), (1.3)\} \cap \{(3.3), (3.1), (2.3), (2.1), (1.3), (1.1)\} = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$.

Wie man erkennt, kann man mit diesem Verfahren u.U. sogar reguläre Zeichenklassen herstellen.

Da die Umgebungen jeder Zeichenklasse jeweils die Differenz zwischen dem "semiotischen Universum" und dieser Zeichenklasse angibt, folgt

1. Die Umgebungen von Zeichen hängen nicht nur mit einer der Subrelationen der eigenrealen Zeichenthematik zusammen. Dies gilt, notabene, auch für die Zeichenklassen nur unter der Bedingung, daß die Nachfolge-Bedingung aufrecht erhalten wird, denn z.B. ist $(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$.

2. Jede Umgebung einer Zeichenklasse hängt mit jeder anderen in mindestens drei Subrelationen zusammen, vgl. das Beispiel 2.7. Da diese Subrelationen aus je einem der drei triadischen Zeichenbezüge stammen (also nur trichotomisch variieren), sind solche minimalen (3-fachen) Zeichenumgebungen immer reguläre Zeichenklassen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Gesättigte und ungesättigte Objektrelationen I

1. Eine semiotische Relation ist dann ungesättigt, wenn für die ihr zugehörige suppletive Relation (vgl. Toth 2013a, b) gilt $\max(a.b) > (a.b)$, d.h. es gilt entweder für die triadische Ordnung $\max(a.) > (a.)$ oder für die trichotomische Ordnung $\max(.b) > (.b)$ oder beides. Daß Sättigungsrelationen nicht nur für semiotische Repräsentationssysteme, sondern auch für ontische Präsentationssysteme gelten, wird im folgenden gezeigt (vgl. Toth 2012, 2013a-b).

2.1. Übersättigte Objektrelationen



Motel-Rest. Golf, St. Gallerstraße, Wil SG (1967)



Rest. Im Geiger, Im Geiger 35, Bad Cannstatt (o.J.)

2.2. Gesättigte Objektrelationen



Altstetterstr. 121, 8048 Zürich



Badenerstr. 279, 8004 Zürich

2.3. 1-fach ungesättigte Objektrelationen



O.g.A., o.J. (Rest. am Zürichsee)

2.4. 2-fach ungesättigte Objektrelationen



Zschokkestr. 36, 8037 Zürich

Vgl. dazu die gesättigte Relation im folgenden Bild.



Steingrueblistr. 49, 9000 St. Gallen

2.3. 3-fach ungesättigte Objektrelation



Eierbrechtstr. 33, 8053 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

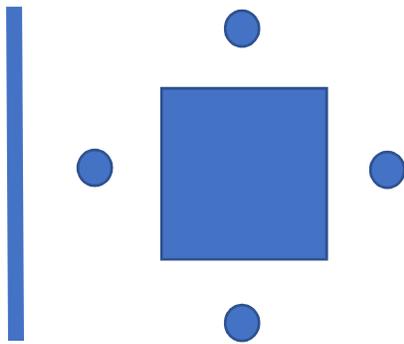
Toth, Alfred, Excessive Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Gesättigte und ungesättigte Objektrelationen II

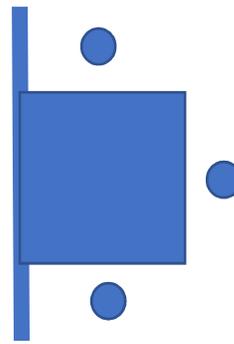
1. Nach Toth (2013) ist semiotische Relation ungesättigt gdw. für die ihr zugehörige suppletive Relation (vgl. Toth 2013b, c) gilt $\max(a.b) > (a.b)$, d.h. es gilt entweder für die triadische Ordnung $\max(a.) > (a.)$ oder für die trichotomische Ordnung $\max(.b) > (.b)$ oder beides. Sättigungsrelationen gelten somit nicht nur für semiotische Repräsentationssysteme, sondern auch für ontische Präsentationssysteme (vgl. Toth 2012). Im folgenden wird der Sättigungsgrad (S) von Objektrelationen in Abhängigkeit von den objekttheoretischen Lagerrelationen untersucht.

2.1. Transformation von Inessivität zu Adessivität



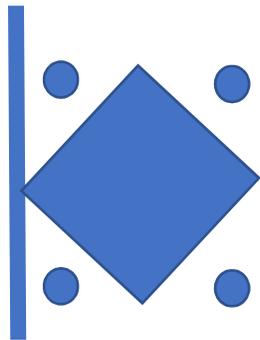
Gesättigte Objektrelation

$$S = 4/4$$

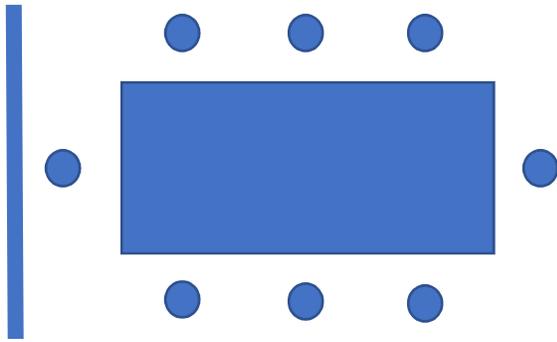


1-fach ungesättigte Relation

$$S = 3/4$$

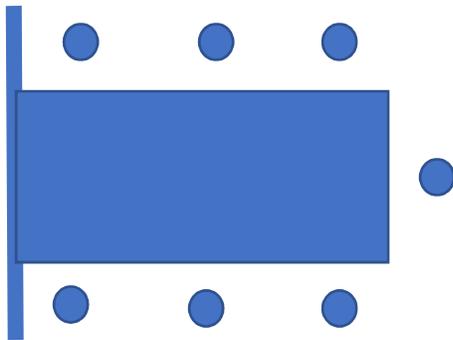


Die Abbildung des Wertes des Sättigungsgrades auf die Lagerrelationen ist somit linksmehrdeutig.



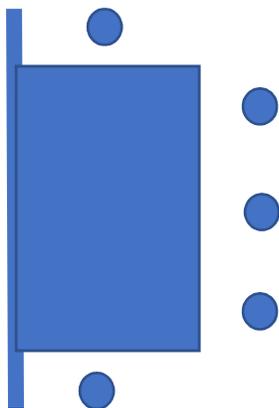
Gesättigte Objektrelation

$$S = 8/8$$



Ungesättigte Objektrelation

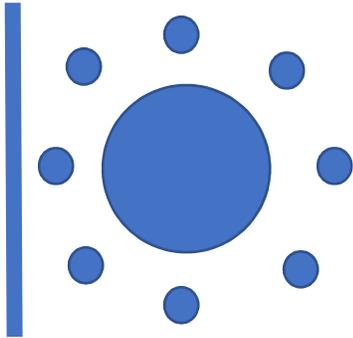
$$S = 7/8$$



Ungesättigte Objektrelation

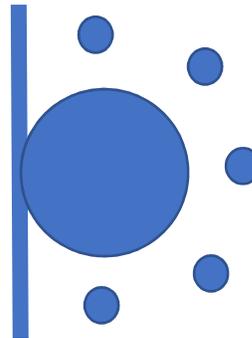
$$S = 5/8$$

Abhängig von der Objektrelation sowie der Form der Materialität des Objekts ist also die Funktion des Sättigungsgrades u.U. diskontinuierlich. Die Abbildung des Wertes des Sättigungsgrades auf die Lagerrelationen ist somit nicht nur links-, sondern auch rechtsmehrdeutig.



Gesättigte Objektrelation

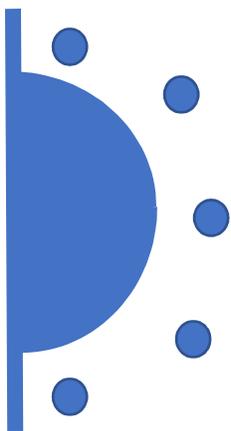
$$S = 8/8$$



Ungesättigte Objektrelation

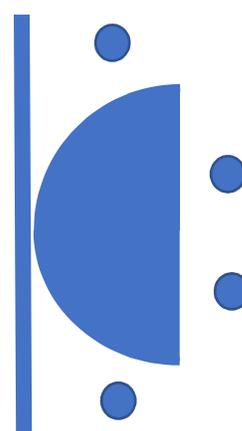
$$S = 5/8$$

In Sonderheit ist die Abbildung der Form der Materialität eines Objektes auf den Sättigungsgrad links- und rechtsmehrdeutig.



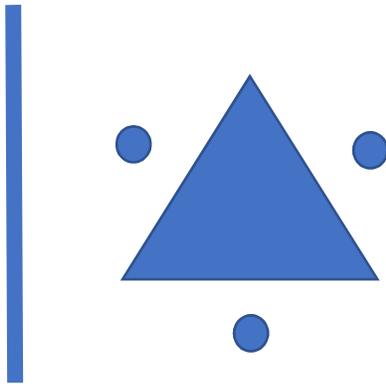
Gesättigte Objektrelation

$$S = 5/5$$



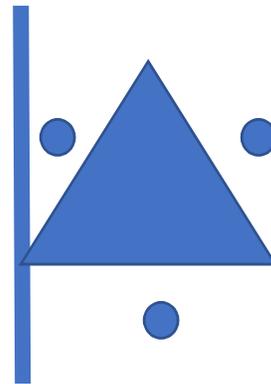
Ungesättigte Objektrelation

$$S = 4/5$$



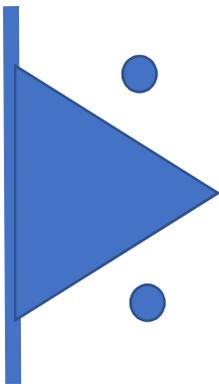
Gesättigte Objektrelation

$$S = 3/3$$



Gesättigte Objektrelation

$$S = 3/3$$



Ungesättigte Objektrelation

$$S = 2/3$$

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Gesättigte und ungesättigte Objektrelationen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Systemische Ränder an Gewässern

1. Topologisch gesehen ist ein Rand die Differenzmenge zwischen dem Inneren und dem Abschluß einer Menge. Für jeden Punkt des Randes gilt somit, daß alle seine Umgebungen sowohl Punkte enthalten, die in dieser Menge als auch Punkte, die nicht in dieser Menge liegen, enthalten. Diese Definition ist im Grunde überraschend, denn scheinbar widerspricht sie der klassischen zweiwertigen Logik, auf der ja auch die Topologie aufbaut, und in der das Prinzip des Ausgeschlossenen Dritten gilt: Man würde erwarten, daß der Rand entweder nur Punkte des Inneren oder nur Punkte des Äußeren einer Menge enthält, denn der logische "Rand" zwischen einer Aussage und ihrer (einzigen) Negation kann ja nichts Drittes enthalten, d.h. er muß leer sein. Trotz dieses Vorteils der Topologie, nicht-leere Ränder unter fortgesetzter Gültigkeit der aristotelischen Logik zu ermöglichen, eignet sich der topologische Zugang jedoch überhaupt nicht für die auf der Systemtheorie gegründete Objekttheorie (vgl. Toth 2012), denn z.B. sind Ränder von Häusern oder zwischen inhomogenen Umgebungen alles andere als Linien. Ferner gibt es Fälle von Transparenz und Perspikuität (vgl. zuletzt Toth 2013a), wo das Innen ins Außen durchschimmert oder umgekehrt. Deshalb wurden systemische Ränder bereits in den frühen Phasen der allgemeinen Objekttheorie definiert als Mengen von Relationen, welche sowohl am Außen als auch am Innen von Systemen "partizipieren". Eine Definition nicht-leerer Ränder, welche "Streifen" statt bloßer Linien zuläßt, ist auch angesichts der kürzlichen Entdeckung, daß Zeichen im Gegensatz zu Objekten zwifache Ränder haben (vgl. Toth 2013b) nötig, da sonst ein Widerspruch zur axiomatischen Isomorphie von Objekt und Zeichen entstünde. Die große Bandbreite dieser partizipativen Relationen zwischen Systemen und Umgebungen wird im vorliegenden Beitrag anhand von an Gewässern gebauten Restaurants gezeigt.

2.1. Die folgenden Restaurants liegen klar im Landteil, d.h. im vom Gewässer aus gesehen inneren Teil des angrenzenden Festlandes.



Rest. Bürgli, Kilchbergstr. 15, 8038 Zürich



Rest. Gübsensee, Sturzeneggstr. 80, 9015 St. Gallen

2.2. Die folgenden Restaurants liegen zwischen dem inneren Teil des dem Gewässer angrenzenden Festlandes und dem Randstreifen zwischen beiden.



Rest. Kiosk, Seefeldquai 51, 8008 Zürich



Rest. Pumpstation, Seeanalage Utoquai, 8008 Zürich

2.3. Die nächsten Restaurants, sog. Strandbad-Restaurants, liegen nicht mehr im Innern des Festlandes, sondern innerhalb des Rand-Streifens zwischen diesem und dem Gewässer.



Strandbad-Rest. Tiefenbrunnen, 8008 Zürich (o.J.)



Rest. Seebad Wollishofen, Seestr. 451, 8038 Zürich

2.4. Die folgenden Restaurants überlappen, teils als Systeme und teils qua Adsystemen von Ihnen (sog. See-Terrassen), im Randstreifen des Festlandes liegend, mit den angrenzenden Gewässern.



Rest. Fisch(er)stube Zürichhorn, Bellerivestr. 160, 8008 Zürich



Landgasthaus zum Schwanen, Landi-Dörfli, Zürich (1939)



Rest. Lakeside (Casino Zürichhorn), Bellerivestr. 170, 8008 Zürich

Das letzte Beispiel ist aufschlußreich für die Bewegungen aus dem Randstreifen über diesen hinaus; vgl. das folgende Bild des alten Casinos



Rest. Casino Zürichhorn (1921)

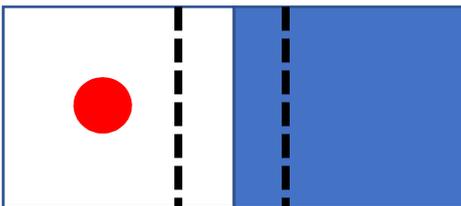
2.5. Der letzte mögliche Transformationsschritt besteht natürlich in der völligen Überschreitung des Randes zwischen Festland und angrenzendem Gewässer. Das folgende Rest. ist zwar durch eine Brücke mit beiden verbunden, liegt aber ganz im Gewässer.



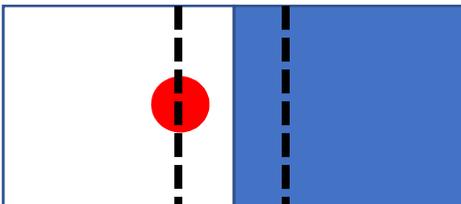
Strand-Bar 54° Nord, Strandweg 999, D-25826 St. Peter-Ording

Betrachten wir alle Beispiele zusammen, bekommen wir ein 5-stufiges Schema mit 4 Transformationen:

1. Stufe



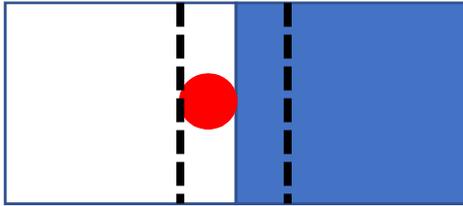
2. Stufe



τ_1

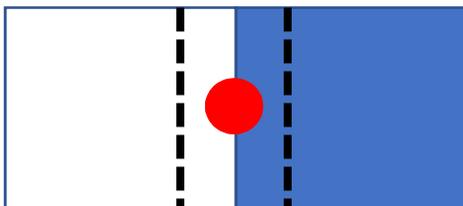
τ_2

3. Stufe



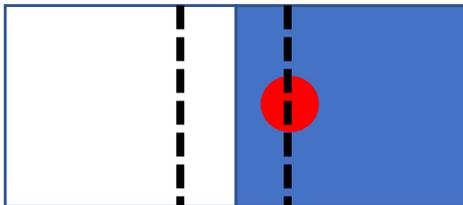
τ_3

4. Stufe



τ_4

5. Stufe



Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Perspektivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Die zwei Umgebungen des Zeichens

1. Aufgrund des in Toth (2013a) eingeführten Schemas

(.1.) := $\langle -, - \rangle$

(.2.) := $\langle (.1., -) \rangle$

(.3.): = $\langle (.1.), (.2.) \rangle$.

können komplementäre semiotische Relationen in involutive einerseits und in suppletive andererseits differenziert werden.

DEFINITION 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) < (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(b) < (d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

DEFINITION 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Es gelten folgende Gesetze.

1. Für beide semiotischen Teilordnungen

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

2. Für die Teilordnungen Tr und Tt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

Jedes Zeichen hat demnach nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen, ein involvatives und ein suppletives Komplement.

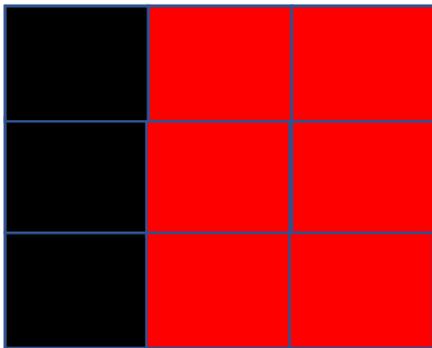
2. Im folgenden wird gezeigt, daß innerhalb dieser zwiefachen Umgebungen des Zeichens zwischen einfachen und doppelten Grenzen zwischen einer Zeichenrelation und ihren Umgebungen unterschieden werden kann (vgl. Toth 2013a, bes. Teil III).

2.1. 1-fache Grenzen

2.1.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.1)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



2.1.2. Zkl(3.2, 2.2, 1.2)

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

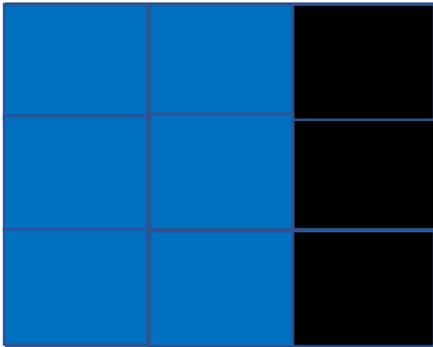
$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



2.1.3. (3.3, 2.3, 1.3)

$INV(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$

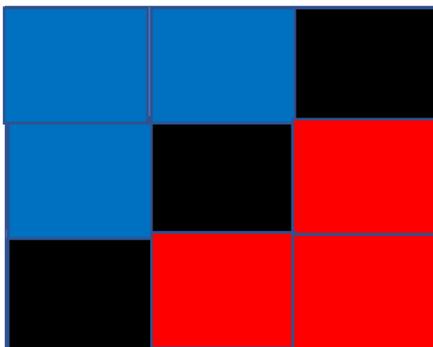
$SUP(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$



2.1.4. Zkl(3.1, 2.2, 1.3)

$INV(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$SUP(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$



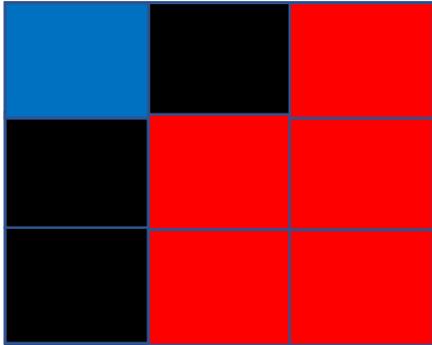
Es dürfte kaum erstaunen, daß die Teilklasse der semiotischen Relationen mit 1-fachen Grenzen gerade die drei Zeichenklassen mit thematisch homogenen Realitätsthematik sowie die mit ihrer Realitätsthematik dual-identische Zeichenklasse der Eigenrealität (vgl. Bense 1992) enthält.

2.2. 2-fache Grenzen

2.2.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.2)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

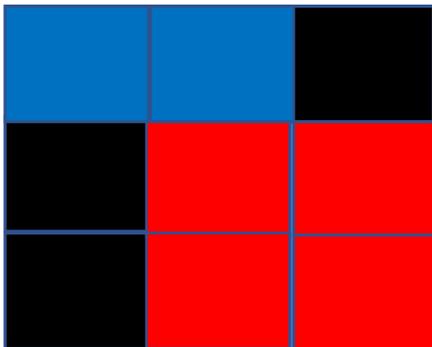
$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$



2.2.2. Zkl(3.1, 2.1, 1.3)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

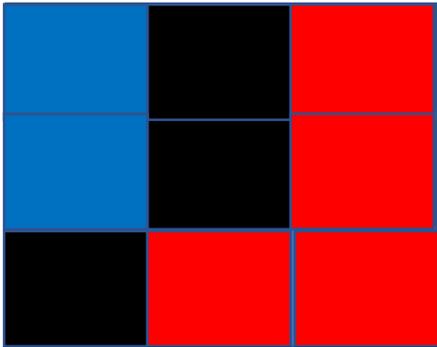
$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$



2.2.3. $Zkl(3.1, 2.2, 1.2)$

$INV(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$

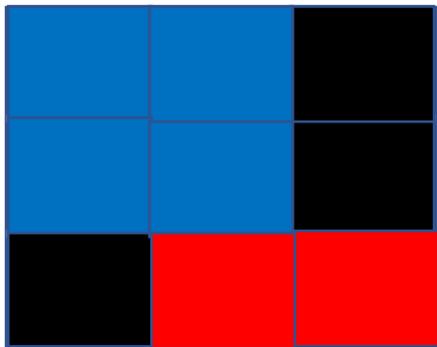
$SUP(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$



2.2.4. $Zkl(3.1, 2.3, 1.3)$

$INV(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$

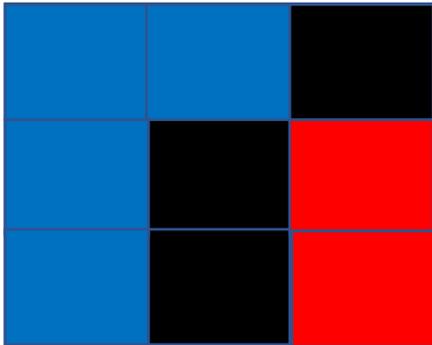
$SUP(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$



2.2.5. Zkl(3.2, 2.2, 1.3)

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



2.2.6. Zkl(3.2, 2.3, 1.3)

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



3. Wir können die systemische Zeichenrelation (vgl. Toth 2013b) neu definieren durch

$$Z^* = [U_1, Z, U_2] \text{ mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Damit haben wir

$$\mathcal{R}[Z^*] = \{\mathcal{R}[Z, U_1], \mathcal{R}[Z, U_2]\}$$

Für 1-fache Ränder gilt somit

$$\mathcal{R}[Z, U_1] = \emptyset \text{ oder } \mathcal{R}[Z, U_2] = \emptyset,$$

für 2-fache Ränder gilt natürlich

$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$ und $\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset$.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Objekte, Zeichen, Anzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität

1. Objekt und Zeichen folgen als Dichotomie derjenigen der zweiwertigen aristotelischen Logik, auf der sie gegründet sind

$$p \equiv \neg\neg n.$$

Entsprechend ist natürlich die Existenz einer dritten Kategorie zwischen oder außerhalb von Objekt und Zeichen ebenfalls ausgeschlossen, und wir können daher definieren (vgl. Toth 2013a)

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}].$$

2. Wenn wir diese Definitionen von Objekt und Zeichen mit Termen aus der systemtheoretischen Objekttheorie (vgl. Toth 2012) ausdrücken wollen, müssen wir uns klar sein, daß vermöge dieser Definitionen die Umgebung eines Objektes nichts anderes als das Zeichen und die Umgebung eines Zeichens nichts anderes als das Objekt sein kann. In anderen Worten: Die Umgebungen von Objekt und Zeichen sind ihre relationalen Komplemente. Damit haben wir

$$[\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$[Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

3. Nun hatten wir jedoch in Toth (2013b) dargelegt, daß Zeichen nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen haben

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

mit

$$U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Bezeichnen wir den von Bense (1983) operationalisierten, bereits auf Peirce zurückgehenden Begriff des "semiotischen Universums" mit S, so gilt also

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2.$$

Daraus folgt weiter, daß Zeichen keine trivialen, in Sonderheit keine leeren Ränder haben

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$ (Toth 2013b) auf jeden Fall

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt als System zwei nicht-triviale Ränder. Diese Ränder sind natürlich nichts anderes als die "Interfaces" zwischen dem Zeichen und seinem Objekt, denn wir können sofort in S einsetzen

$$S = U_1 \cup \Omega^{-1} \cup U_2.$$

4. Im Gegensatz zu Zeichen haben Objekte nur eine einzige Umgebung, und in dieser Erkenntnis dürfte ein noch viel tieferer Grund für die Differenz von Zeichen und Objekt zum Vorschein kommen als in der logischen Korrespondenz zwischen dem ontischen und dem logischen Objekt einerseits sowie dem Zeichen und dem logischen Subjekt andererseits bzw. als in der ontologischen Korrespondenz zwischen dem ontischen Sein und dem Objekt sowie dem ontischen Nichts und dem Zeichen (vgl. Bense 1952, S. 81), denn, wie in Toth (2013c) dargelegt, sind systemtheoretisch gesehen Objekte inessiv, Zeichen aber exessiv, da sie nicht ohne ihre bezeichneten Objekte, die sie als essentielle Kopien substituieren, existieren können. Diesen hier vom neuesten Stand von Ontik und Semiotik aus beschriebenen Sachverhalt hatte offenbar bereits der zum Zeitpunkt der Niederschrift noch nicht 20jährige Student Max Bense in seiner ersten Buch-Publikation erkannt: "Es gibt in Wirklichkeit kein Nacheinander der Dinge, nur ein Nebeneinander" (Bense 1930, S. 25). Der Grund hierfür liegt natürlich darin, daß Zeichen lineare, Objekte aber nicht-lineare Ordnungen besitzen.

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1930

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Objekte, Zeichen und Anzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Excessive Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Das System der semiotischen Repräsentationsklassen und deren Umgebungen

Der vorliegende Beitrag ist nicht viel mehr als das, was man heutzutage einen "Service-Artikel" nennt: Er faßt in seinem 1. Teil den letzten Stand der systemtheoretischen Objekt- und Zeichen-Definition aus Toth (2013a) zusammen und gibt in seinem 2. Teil das in operationaler Weise dargestellte System der semiotischen Repräsentationsklassen, d.h. der Peirce-Benseschen Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken sowie deren zugehörige involutive und suppletiven komplementären Relationen (vgl. Toth 2013b), welche die beiden Umgebungen für jedes der 10 semiotischen Dualsysteme konstituieren.

1. Definitionen

Objekt und Zeichen werden entsprechend der logischen Zweiwertigkeit komplementär definiert

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}],$$

d.h. wir haben für Objekte mit Umgebungen sowie Zeichen mit Umgebungen

$$[\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$[Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

Da die Zeichen-Komplemente zwiefach in involutive und in suppletive Teilumgebungen zerfallen, haben wir jedoch für Zeichen im Gegensatz zu Objekten

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

mit $U_1 \cup U_2 = Z^\circ$.

Das "semiotische Universum" (vgl. Bense 1983) wird daher durch

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2$$

definiert. Somit haben Zeichen im Gegensatz zu ihren bezeichneten Objekten keine trivialen, in Sonderheit keine leeren Ränder

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$ auf jeden Fall

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt als System zwei nicht-triviale Ränder. Diese Ränder sind natürlich nichts anderes als die "Interfaces" zwischen dem Zeichen und seinem Objekt, denn wir können sofort in S einsetzen

$$S = U_1 \cup \Omega^{-1} \cup U_2.$$

2. System der semiotischen Repräsentationsklassen und deren Umgebungen

2.1. $Zkl(3.1, 2.1, 1.1)$

$$U_1(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$U_2(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}.$$

2.2. $Zkl(3.1, 2.1, 1.2)$

$$U_1(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$U_2(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}.$$

2.3. $Zkl(3.1, 2.1, 1.3)$

$$U_1(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$U_2(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}.$$

2.4. $Zkl(3.1, 2.2, 1.2)$

$$U_1(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$U_2(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}.$$

2.5. $Zkl(3.1, 2.2, 1.3)$

$$U_1(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$U_2(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}.$$

$$2.6. \text{Zkl}(3.1, 2.3, 1.3)$$

$$U_1(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$U_2(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}.$$

$$2.7. \text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.2)$$

$$U_1(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$U_2(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}.$$

$$2.8. \text{Zkl}(3.2, 2.2, 1.3)$$

$$U_1(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$U_2(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}.$$

$$2.9. \text{Zkl}(3.2, 2.3, 1.3)$$

$$U_1(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$U_2(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3).$$

$$2.10. (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$U_1(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$U_2(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

Die Option, daß einer der beiden Umgebungen leer ist, gibt es nur bei der Zeichenklasse mit der geringsten sowie derjenigen mit der höchsten Semiotizität (vgl. Bense 1976, S. 53 ff.). Nur bei der 2. und der 9. Zeichenklasse ist eine der beiden Umgebungen 1-elementig. Diese Zeichenklassen sind jeweils um nur einen Grad ihres Repräsentationswertes (vgl. Bense 1976, S. 48 ff.) von denjenigen mit der geringsten bzw. höchsten Semiotizität entfernt. Symmetrische Umgebungen besitzt nur die eigenreale, mit ihrer Realitätsthematik dualidentische Zeichenklasse.

Betrachtet man als 11. Repräsentationsklasse diejenige der Peirceschen Genuinen Kategorien, kurz auch als Kategorienklasse bezeichnet (vgl. Bense 1992, bes. S. 34 ff.)

2.11. (3.3, 2.2, 1.1)

$U_1(3.3, 2.2, 1.1) = \{(3.2), (2.1), (3.1)\}$

$U_2(3.3, 2.3, 1.3) = \{(2.3), (1.2), (1.3)\}$,

so erkennt man, daß die Kategorienrealität nicht nur, wie die Eigenrealität, symmetrische Umgebungen besitzt, sondern daß sie im Gegensatz zur Eigenrealität, die hier nochmals aufgeführt ist

$U_1(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$U_2(3.1, 2.2, 1.3) = \{(2.3), (3.2), (3.3)\}$,

sogar dual-symmetrische Relationen in ihren beiden Umgebungen besitzt, denn es ist

$\times(3.2) = (2.3)$

$\times(2.1) = (1.2)$

$\times(3.1) = (1.3)$.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Zusammenhängende und nicht-zusammenhängende Umgebungen von Zeichen

1. Die in Toth (2013a) eingeführten und in Toth (2013b, c) weiter untersuchten involvativen und suppletiven komplementären Zeichenrelationen bilden die beiden Umgebungen, die jedes Zeichen hat. Sie werden im folgenden daraufhin betrachtet, ob sie topologisch zusammenhängend oder nicht-zusammenhängend sind. Dabei ergibt sich wie schon in den erwähnten vorangehenden Untersuchungen wiederum eine Neueinteilung des Systems der 10 Peirce-Benseschen Repräsentationssysteme.

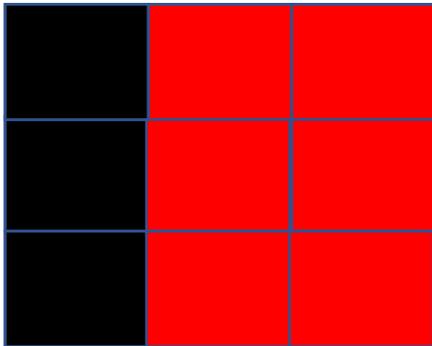
2.1. Zusammenhängende Umgebungen

2.1.1. Wenn eine der beiden Umgebungen leer ist

2.1.1.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.1)

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

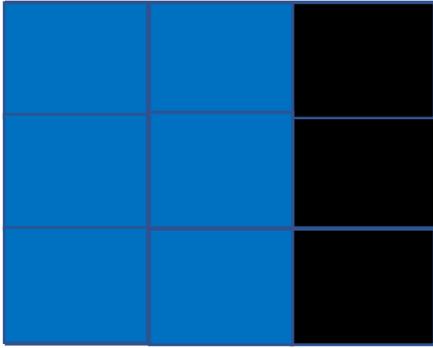
$$\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



2.1.1.2. (3.3, 2.3, 1.3)

$$\text{INV}(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\text{SUP}(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$



2.1.2. Wenn beide Umgebungen nicht-leer sind

2.1.2.1. $Zkl(3.2, 2.2, 1.2)$

$INV(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$

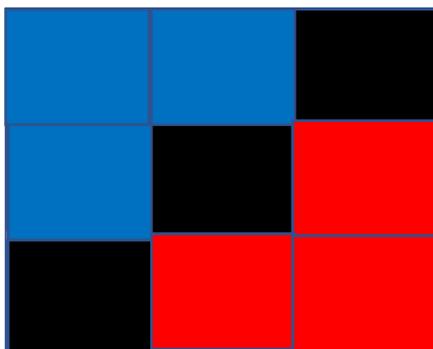
$SUP(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$



2.1.2.2. $Zkl(3.1, 2.2, 1.3)$

$INV(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$SUP(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$



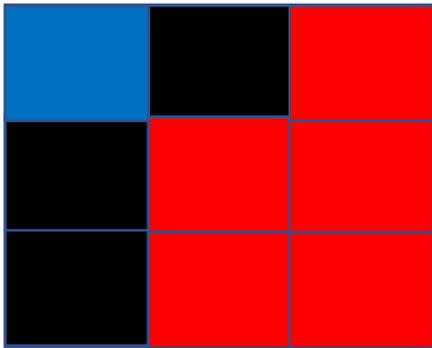
2.2. Nicht-zusammenhängende Umgebungen

2.2.1. Mit punktuellen Verbindungen

2.2.1.1. $Zkl(3.1, 2.1, 1.2)$

$$INV(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

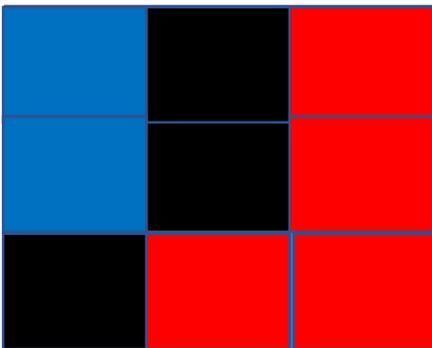
$$SUP(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$



2.2.1.2. $Zkl(3.1, 2.2, 1.2)$

$$INV(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$SUP(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



2.2.1.3. Zkl(3.2, 2.2, 1.3)

$INV(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$

$SUP(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$



2.2.1.4. Zkl(3.2, 2.3, 1.3)

$INV(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$

$SUP(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$

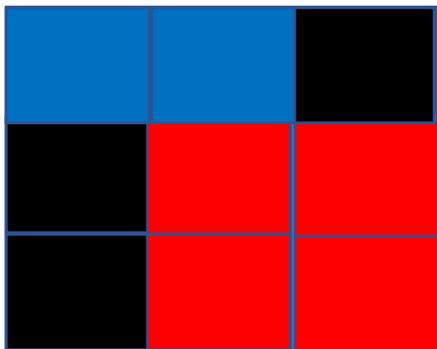


2.2.2. Mit linearen Verbindungen

2.2.2.1. Zkl(3.1, 2.1, 1.3)

$INV(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$

$SUP(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$



2.2.2.2. Zkl(3.1, 2.3, 1.3)

INV(3.1, 2.3, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)}

SUP(3.1, 2.3, 1.3) = {(3.2), (3.3)}



Was es zu bedeuten hat, daß in den beiden einzigen Fällen von linearen Verbindungen bei unzusammenhängenden Zeichenumgebungen $R = ((1.1), (1.2))$ konstant ist, ist bislang unklar.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Die zwei Umgebungen des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Operationalisierung systemischer Ränder

1. Objekt und Zeichen folgen als Dichotomie derjenigen der zweiwertigen aristotelischen Logik, auf der sie gegründet sind

$$p \equiv \neg\neg n$$

$$n \equiv \neg\neg p$$

Entsprechend ist natürlich die Existenz einer dritten Kategorie zwischen oder außerhalb von Objekt und Zeichen ebenfalls ausgeschlossen, und wir können daher definieren (vgl. Toth 2013a)

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}].$$

2. Wenn wir diese Definitionen von Objekt und Zeichen mit Termen aus der systemtheoretischen Objekttheorie (vgl. Toth 2012) ausdrücken wollen, müssen wir uns klar sein, daß vermöge dieser Definitionen die Umgebung eines Objektes nichts anderes als das Zeichen und die Umgebung eines Zeichens nichts anderes als das Objekt sein kann. In anderen Worten: Die Umgebungen von Objekt und Zeichen sind ihre relationalen Komplemente. Damit haben wir

$$[\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$[Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

3. Nun hatten wir jedoch in Toth (2013b) dargelegt, daß Zeichen nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen haben

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

$$\text{mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Bezeichnen wir den von Bense (1983) operationalisierten, bereits auf Peirce zurückgehenden Begriff des "semiotischen Universums" mit S, so gilt also

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2.$$

Daraus folgt weiter, daß Zeichen keine trivialen, in Sonderheit keine leeren Ränder haben

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$ (Toth 2013b) auf jeden Fall

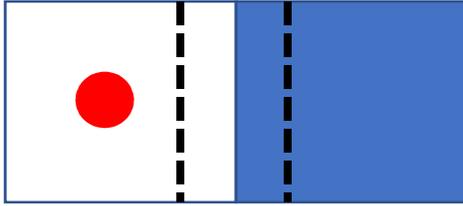
$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt zwei nicht-triviale Ränder.

4. Nachdem wir Zeichen und Objekt dichotomisch definiert und die Ränder von Zeichen operationalisiert haben, benötigen wir also eine Operationalisierung der Ränder von Objekten untereinander sowie zwischen ihnen und Zeichen. Wie wir bereits in Toth (2013c) dargelegt haben, können wir hier nicht auf die klassische Topologie zurückgreifen, da sich Ränder von Systemen und Objekten nicht mit der Vorstellung von Punktmengen und ihren Metriken vereinbaren lassen, da objekttheoretische Ränder in aller Regel keine Linien sind und da der Abstand zwischen Systemen nur hinsichtlich dieser Ränder, d.h. relativ und nicht absolut, relevant ist. Wir gehen also so vor, daß wir in Fortführung der in Toth (2012c) gegebenen Schemata eine relative Metrik durch Operationalisierung systemischer Ränder einführen.

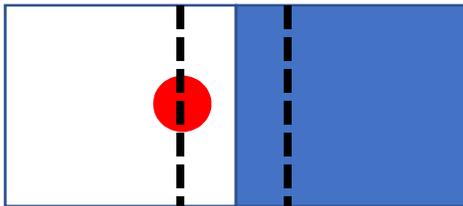
5. Wir denken uns ein System (in den folgenden Schemata weiß belassen) mit Umgebung (blau gefärbt) und einem Rand, der nicht nur die absolute Grenze zwischen System und Umgebung, sondern auch einen Streifen aus dem System und einen aus der Umgebung umfaßt. Wir nehmen ferner an, daß ein (rot eingezeichnetes) Objekt existiert, betten es ins System ein und lassen es dann in 7 Stufen, deren Anzahl durch die Einteilung von $S^* = [S, U]$ vorgegeben ist, so lange wandern, bis es aus S in U(S) angekommen ist.

1. Stufe



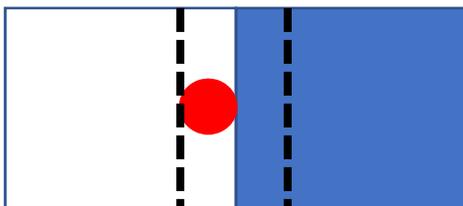
$$\Omega \subset S$$

2. Stufe



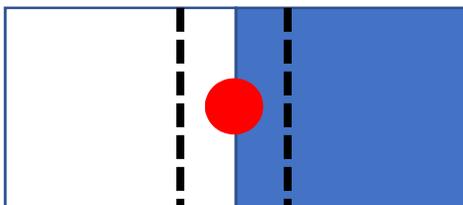
$$\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])$$

3. Stufe



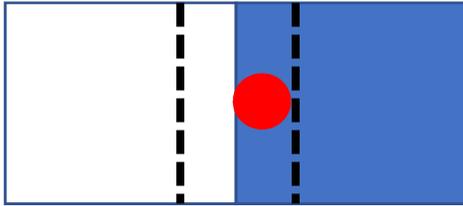
$$\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]$$

4. Stufe



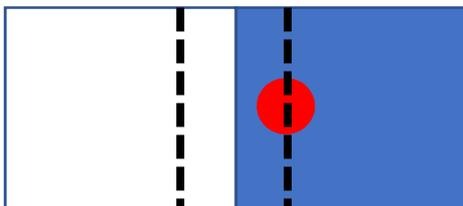
$$\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])$$

5. Stufe



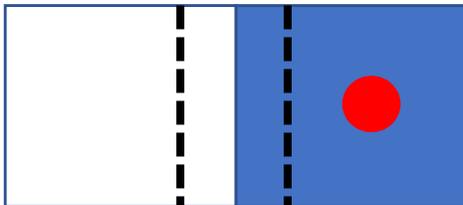
$$\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]$$

6. Stufe



$$\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])$$

7. Stufe



$$\Omega \subset U$$

Damit können wir die Transformation eines Objektes relativ zu den Rändern von $S^* = [S, U]$ wie folgt bestimmen

$$\tau_1: (\Omega \subset S) \rightarrow (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U]))$$

$$\tau_2: (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U])$$

$$\tau_3: (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) \rightarrow (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_4: (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S])$$

$$\tau_5: (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) \rightarrow (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_6: (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset U)$$

Man möge sich bewußt machen, daß eine Teilmengenbeziehung wie

$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

nicht nur angibt, in welches System, welche Umgebung und welchen Rand ein Objekt Ω eingebettet ist, sondern daß sie auf diese Weise auch den Ort von Ω relativ zu S , $S(U)$ und dem Rand \mathcal{R} angibt, d.h. daß diese Teilmengenbeziehungen als Lokalisierungsangaben von Ω genommen werden können. Dies bedeutet also, daß die Ränder zwischen Objekten durch die relativen Positionen zwischen jedem von diesen Objekten qua Teilmengenbeziehungen definiert werden. Um diesen vielleicht auf das erste Besehen ungewöhnlichen Gedanken zu verstehen, sollte man sich in Erinnerung rufen, daß Objekte, anders als Zeichen, ja keine linearen Ordnungen aufweisen und daß, wie oben gesagt, absolute Positionen von Objekten für die Belange der der Semiotik zur Seite gestellten Objekttheorie sinnlos sind.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Systemische Ränder an Gewässern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

Die relative Position von Adsystemen zu systemischen Rändern

1. Nachdem in Toth (2013a) die Ränder von Zeichen durch die Entdeckung der zwei Umgebungen jeder Zeichenrelation formalisiert worden waren, wurden in Toth (2013b) die Ränder von Objekten durch die Definition der relativen Lage von Objekten in $S^* = [S, U]$ als Teilmengenbeziehungen zwischen Systemen, Umgebungen und ihren Rändern operationalisiert. Mit Hilfe des letzteren Verfahrens werden im folgenden die relativen Positionen verschiedener Adsysteme wie z.B. Garten-Pavillons, Hofbauten, Vor- und Anbauten, Türräumen und Einbauschränken im Sinne von Einbettungen von Objekten in Systeme, Teilsysteme und ihre Umgebungen demonstriert.

2.1. Einbettungsstufe I

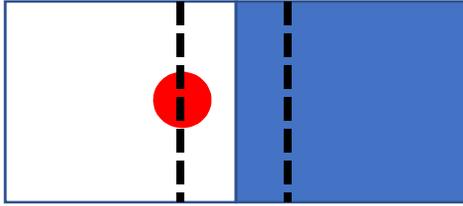


Beispiel: In ein System eingebetteter Tisch mit Stühlen.



Geeringstr. 95, 8049 Zürich

2.2. Einbettungsstufe II



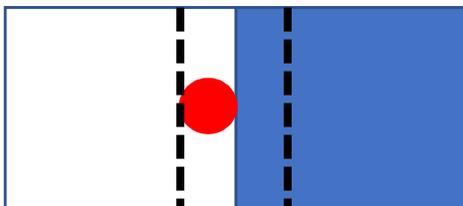
$$\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])$$

Beispiel: Interner Türraum.



Rest. Löwenzorn, Gemsberg 2, 4051 Basel

2.3. Einbettungsstufe III



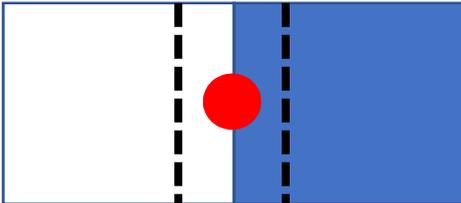
$$\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]$$

Beispiel: In ein Vestibül eingebettete Briefkästen.



Klosbachstr. 88, 8032 Zürich

2.4. Einbettungsstufe IV



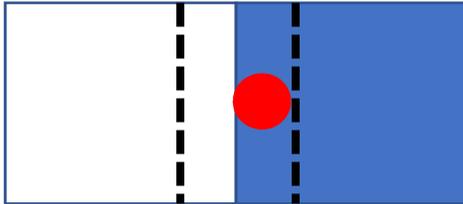
$$\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])$$

Beispiel: Hausfassade.



Sonnenhaldenstr. 19,
9008 St. Gallen

2.5. Einbettungsstufe V



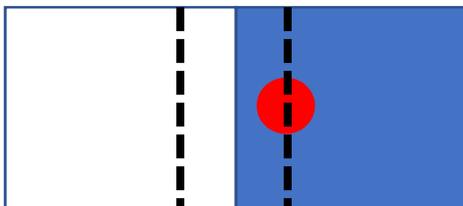
$$\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]$$

Beispiel: (Adessiver) Balkon.



Zelglistr. 4, 8046 Zürich

2.6. Einbettungsstufe VI



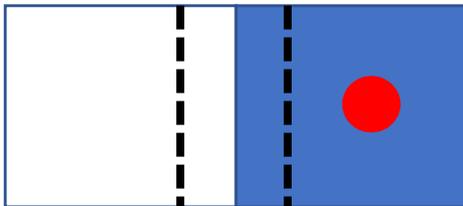
$$\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])$$

Beispiel: Externer Türraum.



Winterthurerstr. 16,
8006 Zürich

2.7. Einbettungsstufe VII



$$\Omega \subset U$$

Gartenhaus.



Irisstr. o.N., 8032 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Operationalisierung systemischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Die Ränder von Zeichen und Objekten

0. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse von Toth (2012, 2013a-d) kurz zusammengefaßt und dann erweitert.

1. Definitionen

1.1. Objekt und Zeichen ohne Umgebung

$$\Omega = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = [[Z], Z^{-1}]$$

1.2. Objekt und Zeichen mit Umgebung

$$\Omega^* = [\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$Z^* = [Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

2. Ränder von Zeichen und Objekten

2.1. Rand von Zeichen und Zeichen

$$\mathcal{R}[Z] = [U_1, Z, U_2] \text{ mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

$$(.1.) := \langle -, - \rangle$$

$$(.2.) := \langle (.1., -) \rangle$$

$$(.3.): = \langle (.1.), (.2.) \rangle.$$

$$Z = R((a.b), (c.d), (e.f)) \rightarrow$$

$$R((a_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot b_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (c_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot d_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (e_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot f_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}))$$

$$\mathcal{R}[Z_i, Z_j] = R_i((a_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot b_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (c_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot d_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (e_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot f_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle})) \cap R_j((a_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot b_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (c_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot d_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}), (e_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle} \cdot f_{\langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle}))$$

2.2. Rand von Objekten und Objekten

$$\Omega \subset [\square\square\square\square\square\square\square]$$

$$\text{Symbolvorrat} = \{\square\square\}$$

Sei Ω_i mit $i \in \{1, \dots, 7\}$ gemäß den 7 durch die Teilung von $S^* = [S, U]$ in System, Umgebung und Rand vorgegebenen Positionen für jedes $\Omega_i \subset S^*$. Man beachte, daß $[S, U] \neq [U, S]$ und daher $\mathcal{R}[a, b] \neq \mathcal{R}[b, a]$ gilt!

$$(\Omega_1 \subset S) = [\blacksquare\square\square\square\square\square\square]$$

$$(\Omega_2 \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square\blacksquare\square\square\square\square\square]$$

$$(\Omega_3 \subset \mathcal{R}[S, U]) = [\square\square\blacksquare\square\square\square\square]$$

$$(\Omega_4 \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\blacksquare\square\square\square]$$

$$(\Omega_5 \subset \mathcal{R}[U, S]) = [\square\square\square\square\blacksquare\square\square]$$

$$(\Omega_6 \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\blacksquare\square]$$

$$(\Omega_7 \subset U) = [\square\square\square\square\square\square\blacksquare]$$

Für die Ränder zwischen Objekten ergibt sich also

$$\begin{aligned} \mathcal{R}[\Omega_1, \Omega_2] &= \mathcal{R}[[\blacksquare\square\square\square\square\square\square], [\square\blacksquare\square\square\square\square\square]] = \\ &((\Omega_1 \subset S) \setminus (\Omega_2 \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U]))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}[\Omega_2, \Omega_3] &= \mathcal{R}[[\square\blacksquare\square\square\square\square\square], [\square\square\blacksquare\square\square\square\square]] = \\ &((\Omega_2 \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) \setminus (\Omega_3 \subset \mathcal{R}[S, U])) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}[\Omega_3, \Omega_4] &= \mathcal{R}[[\square\square\blacksquare\square\square\square\square], [\square\square\square\blacksquare\square\square\square]] = \\ &((\Omega_3 \subset \mathcal{R}[S, U]) \setminus (\Omega_4 \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S]))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}[\Omega_4, \Omega_5] &= \mathcal{R}[[\square\square\square\blacksquare\square\square\square], [\square\square\square\square\blacksquare\square\square]] = \\ &((\Omega_4 \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) \setminus (\Omega_5 \subset \mathcal{R}[U, S])) = \end{aligned}$$

$$\mathcal{R}[\Omega_5, \Omega_6] = \mathcal{R}[[\square\square\square\square\blacksquare\square\square], [\square\square\square\square\square\blacksquare\square]] =$$

$$((\Omega_5 \subset \mathcal{R}[U, S]) \setminus (\Omega_6 \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])))$$

$$\mathcal{R}[\Omega_6, \Omega_7] = \mathcal{R}[[\square\square\square\square\square\square\square], [\square\square\square\square\square\square\square]] =$$

$$((\Omega_6 \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega_7 \subset U))$$

Bei nicht-adjazenten Objekt-Positionen, z.B.

$$\mathcal{R}[\Omega_1, \Omega_6] = \mathcal{R}[[\blacksquare\square\square\square\square\square\square], [\square\square\square\square\square\square\square]] =$$

$$((\Omega_1 \subset S) \setminus (\Omega_6 \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))).$$

2.3. Rand von Zeichen und Objekten

$$\mathcal{R}(Z, \Omega) = \Delta[\mathcal{R}((\mathbf{a}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, \mathbf{b}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, (\mathbf{c}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, \mathbf{d}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, (\mathbf{e}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, \mathbf{f}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}})), \{[\blacksquare\square\square\square\square\square\square], [\square\blacksquare\square\square\square\square\square], [\square\square\blacksquare\square\square\square\square], [\square\square\square\blacksquare\square\square\square], [\square\square\square\square\blacksquare\square\square], [\square\square\square\square\square\blacksquare\square], [\square\square\square\square\square\square\blacksquare]\}].$$

Man beachte, daß sich die Bühlersche symphysische Relation im Sinne der Nicht-Detachierbarkeit von Objekt- und Zeichenanteil bei den Objektzeichen unter den semiotischen Objekten also durch $\min \mathcal{R}(Z, \Omega)$ definieren läßt.

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Die zwei Umgebungen des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

Toth, Alfred, Operationalisierung systemischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013d

Ein semiotisches Objekt und seine Ränder

1. Der vorliegende Aufsatz setzt Toth (2012, 2013a-c) voraus. Wir definieren Objekte und Zeichen im Sinne von Dichotomien

$$\Omega = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = [[Z], Z^{-1}]$$

und als die entsprechenden Systeme vermöge

$$\Omega^* = [\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$Z^* = [Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

Nach Toth (2013c) geschieht die Bestimmung der Ränder zwischen Objekten und Zeichen durch

$$\mathcal{R}(Z, \Omega) = \Delta[\mathcal{R}(\mathbf{a}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}} \cdot \mathbf{b}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}, (\mathbf{c}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}} \cdot \mathbf{d}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}}), (\mathbf{e}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}} \cdot \mathbf{f}_{\{<-,->, <(1,-)>, <(1),(2)>\}})), \{[\blacksquare \square \square \square \square \square], [\square \blacksquare \square \square \square \square], [\square \square \blacksquare \square \square \square], [\square \square \square \blacksquare \square \square], [\square \square \square \square \blacksquare \square], [\square \square \square \square \square \blacksquare] \}.$$

Ein spezielle Situation bietet sich jedoch bei semiotischen Objekten (vgl. Bense/Walther 1973, S. 70f., Toth 2008), d.h. bei "Amalgamen" von Zeichen und Objekten, die je nachdem, ob bei ihnen der Zeichen- oder der Objektteil überwiegt, in Zeichenobjekte sowie in Objektzeichen geschieden werden müssen. Um die Darstellung zu vereinfachen, gehen wir von einem einzigen semiotischen Objekt, dem Hausnummernschild, aus, das ein Zeichenobjekt darstellt und beschränken uns innerhalb der Objektreferenz auf drei der sieben möglichen Positionen in $S^* = [S, U]$, vgl. Toth (2013d).

2. Der Zeichenanteil des semiotischen Objektes Hausnummernschild wird durch die Zeichenklasse einer Hausnummer bestimmt. Mitteltheoretisch handelt es sich wegen der Verwendung eines konventionellen Zahlensystems um eine drittheitliche Teilrelation (1.3), objekttheoretisch wegen der Bijektion zwischen der Nummer und dem numerierten Haus um eine zweitheitliche Teilrelation (2.2), und interpretantentheoretisch liegt ein abgeschlossener Konnex zwischen der betreffenden Hausnummer und der Menge von Haus-

nummern, deren Element sie ist, vor, d.h. wir haben eine zweitheitliche Teilrelation (3.2). Der Zeichenanteil wird daher durch die Zeichenklasse (3.2, 2.2, 1.3) bestimmt. Damit haben wir gemäß Toth (2013a, Teil II) die folgenden Zeichen-Umgebungen

$$U_1(3.2, 2.2, 1.3) = \text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$U_2(3.2, 2.2, 1.3) = \text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\},$$

d.h.

$$U(3.2, 2.2, 1.3) = U_1(3.2, 2.2, 1.3) \cup U_2(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.3), (3.1), (3.3)\}.$$

Wegen

$$\Omega = [\Omega, [\Omega^{-1}]] = Z^{-1}$$

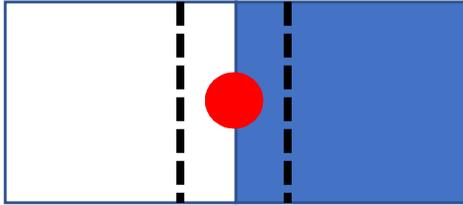
muß der Objektanteil des semiotischen Objektes eine Teilmenge von $U(3.2, 2.2, 1.3)$ sein, d.h. der Rand des semiotischen Objektes relativ zu seinem Zeichen- und Objektanteil ist eine Funktion der Umgebung des Zeichenanteils.

2.1.



Schmidgasse 5,
8001 Zürich

Es gilt das folgende Schema für die Position dieses semiotischen Objektes (vgl. Toth 2013b)



d.h. es ist

$$(\Omega_4 \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

und somit ist der Rand dieses semiotischen Objektes

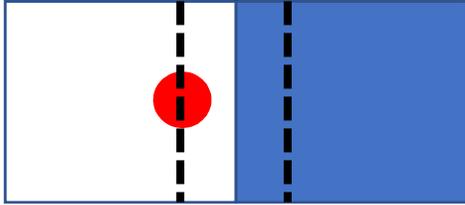
$$\mathcal{R}[[\square\square\square\square\square\square\square], \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.3), (3.1), (3.3)\}].$$

2.2. Das nächste Beispiel zeigt zwei Hausnummernschilder mit verschiedenen Positionen. Hier könnte man also zusätzlich die Ränder der zwei Vorkommen des gleichen, aber natürlich nicht identischen semiotischen Objektes untersuchen. Wir wollen uns aber *pace simpliciter* auf das am Pfosten des Eingangstores angebrachte Schild beschränken.



Plattenstr. 70, 8032 Zürich

In diesem Fall haben wir



$$(\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square \blacksquare \square \square \square \square \square]$$

und somit

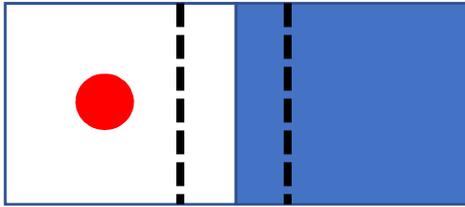
$$\mathcal{R}[[\square \blacksquare \square \square \square \square \square], \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.3), (3.1), (3.3)\}].$$

2.3. Während man die Lage (nicht aber die Position!) des Schildes in 2.1. auch als systemexessiv und diejenige des Schildes in 2.2 auch als systemadessiv bezeichnen könnte, liegt nun im folgenden Fall umgebungsinsensitive Lage des Schildes vor. Der Träger der Hausnummernschilder ist hier nicht mehr das Haus, zwischen dem und dem Schild bislang eine Bijektion vorlag, so daß Trägerobjekt und Referenzobjekt koinzidierten, sondern die beiden Objektreferenzen sind nunmehr geschieden.



Roswiesenstraße 161-163, 8051 Zürich

Wir haben also



$(\Omega \subset S) = [\blacksquare \square \square \square \square \square \square]$

und somit

$\mathcal{R}[[\blacksquare \square \square \square \square \square \square], \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.3), (3.1), (3.3)\}]$.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2008

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Operationalisierung systemischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

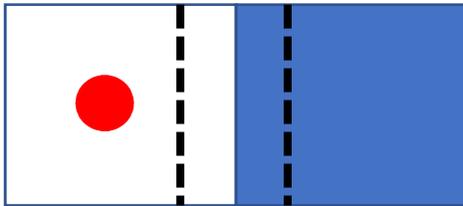
Toth, Alfred, Objekt- und Zeichenreferenz von Hausnummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013d

Vollständige und unvollständige Objekt-Präsentationen

1. Analog zu Benses Differenzierung zwischen vollständigen und unvollständigen Zeichen-Repräsentationen (vgl. Bense 1981, S. 58 ff.) wird hier diejenige zwischen vollständigen und unvollständigen Objekt-Präsentationen eingeführt. Während sich der Grad der Vollständigkeit bei Zeichenklassen danach bemißt, wie viele der zehn Peirce-Benseschen Dualsysteme zur semiotischen Repräsentation eines Objektes nötig sind, wird der Grad der objekttheoretischen Vollständig anhand der systemtheoretischen Positionen, in denen ein Objekt erscheinen kann, meßbar. Die 7 möglichen Stufen der die Objekt-Präsentation determinierenden systematischen Transformation ergeben sich nach Toth (2012) aus der Definition des Systems mit Selbstenthaltung $S^* = [S, U]$ sowie der Definition des Randes zwischen Systemen und Umgebungen (Toth 2013a-c).

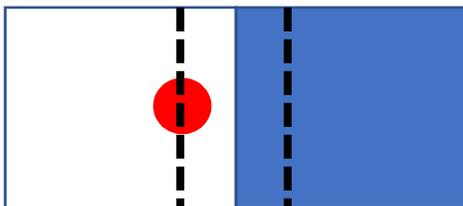
2. Das System der 7 Stufen der Objekt-Präsentation

1. Stufe



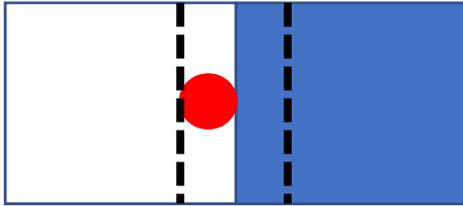
$$(\Omega \subset S) = [\blacksquare \square \square \square \square \square \square]$$

2. Stufe



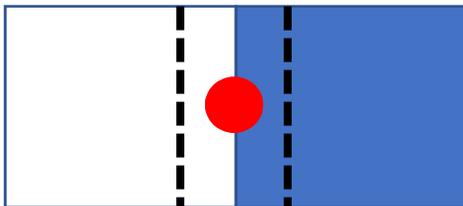
$$(\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square \blacksquare \square \square \square \square \square]$$

3. Stufe



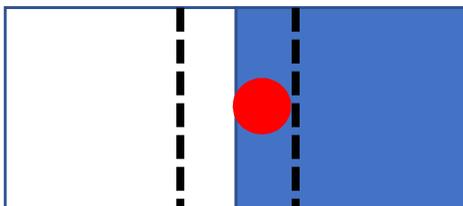
$$(\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

4. Stufe



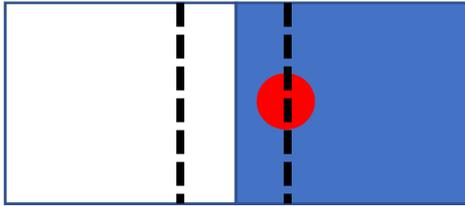
$$(\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

5. Stufe



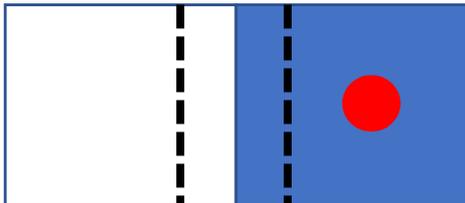
$$(\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

6. Stufe



$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

7. Stufe



$$(\Omega \subset U) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

3. Das System der Transformationen, welche benötigt werden, um ein Objekt Ω entweder von S nach $U(S)$ oder umgekehrt wandern zu lassen, d.h. um die zueinander konversen Abbildungen

$$f: (\Omega \subset S) \rightarrow (\Omega \subset U(S))$$

$$f^1: (\Omega \subset S) \leftarrow (\Omega \subset U(S))$$

zu vollziehen, ist das folgende.

$$\tau_1: (\Omega \subset S) \rightarrow (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U]))$$

$$\tau_2: (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U])$$

$$\tau_3: (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) \rightarrow (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_4: (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S])$$

$$\tau_5: (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) \rightarrow (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_6: (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset U).$$

Beispiele für vollständige Objekt-Präsentationen sind offenbar selten. Z.B. können weder ein Tisch noch ein Stuhl in der 4. Stufe erscheinen. Ein Fenster kann sowohl in der 4. als auch in der 5. und evtl. in der 6. Stufe (Pfortnerlogen) erscheinen, ist aber wegen seiner Systemgebundenheit von allen übrigen Stufen ausgeschlossen. Es gibt sogar Objekte, welche definitionsgemäß nur in einer einzigen Stufe aufscheinen können, z.B. Schwellen. Dagegen kommen Tritte, Stufen, Treppen u.dgl. sogar in der 4. Stufe vor (bei exessiven Eingangstüren), aber m.W. nicht in Türräumen, d.h. in der 2. und 6. Stufe. Eine Untersuchung von Objekten anhand des Stufensystems der Objekt-Präsentationen ist ein Desideratum.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Operationalisierung systemischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

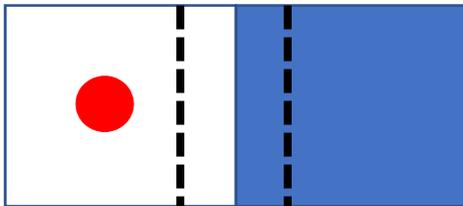
Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

Objekt-Präsentationen und Lagerrelationen

1. Während die Lagerrelation eines Objektes seine Position relativ zu einem anderen Objekt, d.h. als gerichtetes Objekt, betrifft (vgl. Toth 2012), bezieht sich die Objekt-Präsentation eines Objektes auf seine Position relativ zu seinem System mit Umgebung (vgl. Toth 2013a-c). Kurz gesagt, kann, wenigstens theoretisch, jedes Objekt in allen drei Lagerrelationen in allen sieben Präsentationsstufen aufscheinen. Praktisch allerdings gibt es Beschränkungen, und diese betreffen zur Hauptsache die Anzahl der für ein bestimmtes Objekt möglichen Objekt-Präsentationen (vgl. Toth 2013d), weniger aber die Lagerrelationen, welche in bestimmtes Objekt eingehen kann.

2. Objekt-Präsentationen in allen drei Lagerrelationen

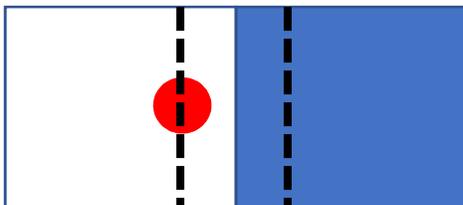
2.1. Stufe



$$(\Omega \subset S) = [\blacksquare \square \square \square \square \square \square]$$

Da alle möglichen Formen von Einbettungen in Systeme und Teilsysteme in einer langen Reihe von Aufsätzen abgehandelt wurden, erübrigen sich weitere Beispiele.

2.2. Stufe



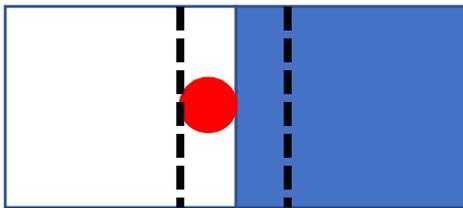
$$(\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) = [\square \blacksquare \square \square \square \square \square]$$

Wegen der Definition von Adsystemen sind Exessivität und Inessivität ausgeschlossen.



Dufourstr. 59, 9000 St. Gallen

2.3. Stufe



$(\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) = [\square\square\square\square\square\square]$

2.5.1. Exessivität



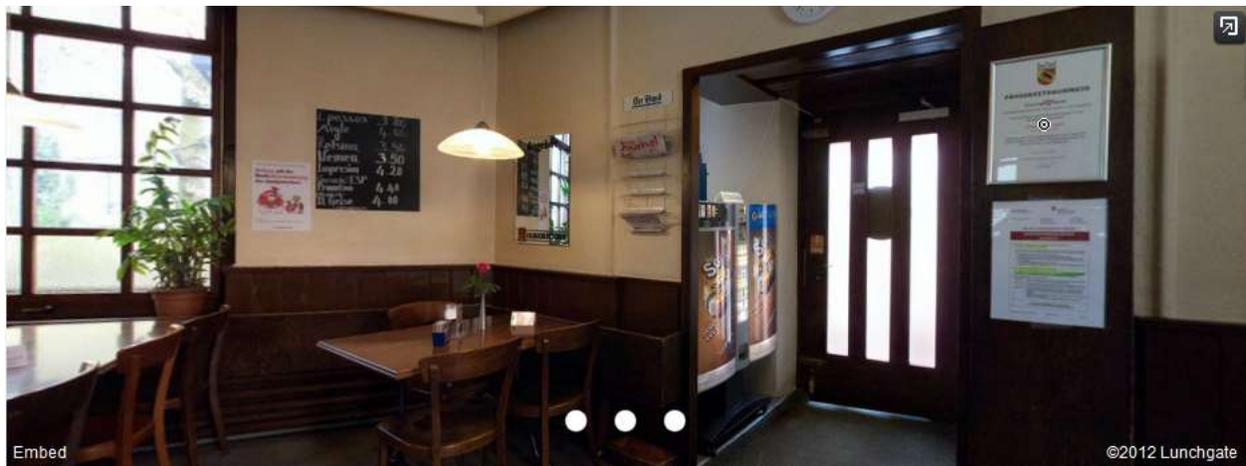
Rest. News, Oberer Graben 8, 9000 St. Gallen

2.5.2. Adessivität



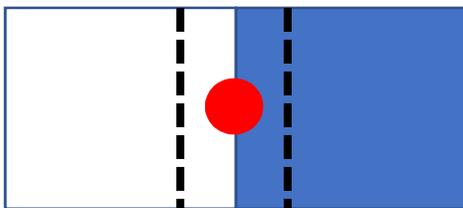
Rest. Löwenzorn, Gemsberg 2, 4051 Basel

2.5.3. Inessivität



Rest. Brunnhof, Lilienweg 20, 3007 Bern (Automat in internem Türraum)

2.4. Stufe



$$(\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square]$$

2.4.1. Exessivität



Engelgasse 10a,
9000 St. Gallen

2.4.2. Adessivität



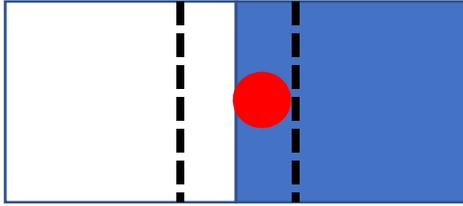
Rötelstr. 104,
8057 Zürich

2.4.3. Inessivität



Hofstr. o.N., 8032 Zürich

2.5. Stufe



$$(\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

2.3.1. Exessivität



Kleinbergstr. 11,
9000 St. Gallen

2.3.2. Adessivität



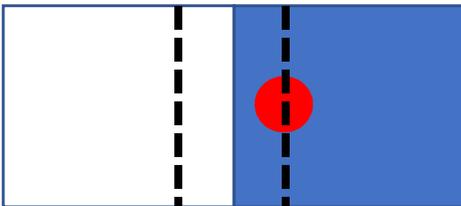
Rest. Teufelhof, Leonhardsgraben 49, 4056 Basel

2.3.3. Inessivität



Werdstr. 21,
8004 Zürich

2.6. Stufe



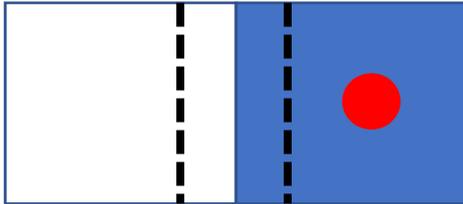
$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) = [\square\square\square\square\square\square\square]$$

Wie der perspektivisch entgegengesetzten Stufe (vgl. 2.2.) sind auch hier Exessivität und Inessivität ausgeschlossen.



Oberwiesenstr. 33, 8050 Zürich

2.7. Stufe



$$(\Omega \subset U) = [\square\square\square\square\square\square\square\square]$$

Wegen der Definition von Umgebungsinessivität sind Exessivität und Adessivität ausgeschlossen.



Vogelsangstr. 16a, 8006 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Operationalisierung systemischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige Objekt-Präsentationen. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013d

Der Schlund

1. "Es kömmt in der Kunst auf so Weniges wirklich an: die Findung unerleuchteter Hohlräume, unbekannte Sätze und Zimmer mitten im mühseligen Bergwerksgekrabbel des Lebens" (von Doderer 1967, S. 268).

2. "Die physisch-irdische Welt, in der man lebt, war zugleich der Inbegriff alles empirischen Seins. Jenseits des Weltozeans, über den Gipfeln der Berge und unmittelbar unter der Oberfläche der Erde begann schon die Transzendenz der Wirklichkeit" (Günther 2000, S. 31).

"Wesentlich für diese Weltanschauung war, daß die Erdlandschaft, abgesehen von ihrer strengen horizontalen Begrenzung (...) als eine zweidimensionale Daseinsebene erlebt wurde. Und zwar zwar es eine Ebene im mathematisch genauen Sinn des Wortes. Erhob man sich auch nur im Geringsten über sie oder drang man in Höhlen und unterirdischen Gängen auch nur ein wenig unter ihre Oberfläche, so begann schon der Abweg ins Jenseits. In den Höhlen lauerten Drachen (...). In den tieferen Schächten pochten und hämmerten spannenlange Wesen, die Zwerge (...). Überall, wo Pflanzen und Bäume ihre Wurzeln in den nährenden Boden senkten, erstreckte sich das Reich der Demeter und anderer Erdmütter. Ganz das Gleiche galt vom Wasser. Auch seine Tiefen bargen mystische Geheimnisse. Nur auf seiner Oberfläche war der Mensch erlaubt und eben geduldet. In den Wellen und unter ihnen spielten Tritonen und Nereiden und die ganze Hierarchie der Meeresgottheiten, ihre Herrschaft in immer tiefere Wasserschichten ausdehnend bis zu dem flüssigen Palast des Poseidon, dem obersten Gott aller Meere und dem ebenbürtigen Gatten der Erdmutter. Unter dem Palast aber lauerte im schlammigen Ozeanboden Leviathan, das Ungeheuer des uferlosen Weltozeans. (Günther 2000, S. 166 f.).

3. "Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden (...). Es tritt "das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt" (Bense 1952, S. 81).

"Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80).

4. Das Objekt als Präsentant des Seienden ist logisch positiv und systemtheoretisch inessiv. Das Zeichen als Repräsentant des Objektes ist logisch negativ und systemtheoretisch exessiv. Die exessive Definition der Primzeichen lautet

$$(.1.) = \langle \text{—}, \text{—} \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1.), \text{—} \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

d.h. die exessiven Leerstellen werden sukzessive in semiosis-generativer Ordnung durch Umgebungen der jeweiligen Primzeichen belegt. Die semiotische Erstheit ist somit ein kategoriales Etwas, das zwei kategoriale Etwas zu seiner Suppletion erfordert, aber kein kategoriales Etwas involviert. Die semiotische Zweitheit ist ein kategoriales Etwas, das ein kategoriales Etwas zu seiner Suppletion erfordert und ein kategoriales Etwas involviert. Die semiotische Drittheit ist ein kategoriales Etwas, das zwei kategoriale Etwas involviert und kein kategoriales Etwas zu seiner Suppletion erfordert (Toth 2013a, b).

5. Objekt und Zeichen bilden eine Dichotomie, die der logischen Dichotomie von Position und Negation folgt. Wie bereits Kronthaler (1986, S. 8) feststellte, kann keine der beiden Seiten der Dichotomie etwas enthalten, was die andere nicht enthält, da sie einander spiegeln. Für die Logik gilt daher bekanntlich

$$L = [p, n] = [p, p^{-1}] = [n, n^{-1}],$$

für Ontik und Semiotik gilt

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}]$$

und für System und Umgebung gilt

$$S = U^{-1} = [S, [S^{-1}]]$$

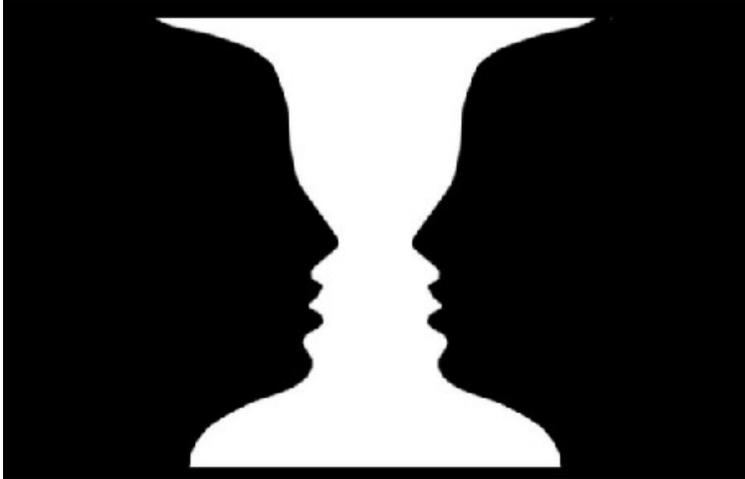
$$U = S^{-1} = [[U], U^{-1}].$$

Man kann somit ein System als konverse Umgebung definieren. Während also nach der topologischen Logik von Spencer-Brown (1969) das System als leere Fläche erscheint, in welche der Unterschied zwischen Außen und Innen bzw. System und Umgebung durch die Setzung eines Unterschieds kommt, gehen wir vom dreidimensionalen Raum aus und setzen einen Unterschied durch eine verkleinerte Kopie dieses dreidimensionalen Raumes, d.h. wir nehmen ein verkleinertes Stück dieses Raumes heraus und setzen es in diesen Raum. Danach sind Häuser Verkleinerungskopien des dreidimensionalen Raumes, Zimmer Verkleinerungskopien von Häusern, Schränke Verkleinerungskopien von Zimmern und Schachteln Verkleinerungskopien von Schränken. Während also ein System in der topologischen Logik durch Inessivität, d.h. durch das Setzen eines Unterschieds IN einen Raum erklärt wird, erklären wir in der systemtheoretischen Objekttheorie ein System durch Exessivität, d.h. durch das Setzen eines Unterschiedes AUS einem Raum. Das Spencer-Brownsche System ist inessiv und positiv, unser System ist exessiv und negativ. Inessiv-positive Systeme sind substantiv, exessiv-negative Systeme sind privativ, wie z.B. die sprachlichen Zeichen Loch, Tasse, Ring.

6. Da die beiden Seiten von Dichotomien wegen ihrer Spiegelsymmetrie austauschbar sind, ist es also besser, statt die beiden Seiten die Differenz zwischen ihnen zu definieren. Während jedoch in der klassischen Logik, der auch die topologische Logik Spencer-Browns verhaftet bleibt, die positiven Räume die inessiv-substantiven und die negativen Räume die exessiv-privativen sind



sind nach unserer Definition von Systemen als konversen Umgebungen die positiven Räume die exessiv-partitiven und die negativen Räume die inessiv-substantiven.



Während jedoch eine Höhle eine vorgegebene exessive Excavation des dreidimensionalen Raumes darstellt, stellt ein Bauwerk eine nicht-vorgegebene exessive Excavation dar. Nur das Subjekt, das in es hineingetreten ist, ist nach dieser Definition inessiv. "Das Ich ist Insein" (Bense 1930, S. 27). Dagegen ist das Subjekt, das einen als inessiv definierten Raum betritt, relativ zu ihm natürlich exessiv. Demzufolge wäre das Ich nicht In-, sondern Aus-Sein. Spätestens dann also, wenn man in der Systemtheorie nicht nur die Objekte, sondern auch die Subjekte betrachtet, führt die klassisch-logische positive Systemdefinition in ein Paradox. Nicht-klassisch betrachtet sind also Systeme und die in sie eingebetteten Objekte AUS, die Subjekte in ihnen jedoch IN. Man könnte ansonsten gar keine Objekte in Systeme einbetten, da Einbettungen einen leeren, d.h. privativen und keinen vollen, d.h. substantiellen Raum erfordern. Das Wesentliche an einer Tasse ist nicht ihr substantieller Rand, sondern das Nichts, das ihn umgrenzt und durch diese Umgrenzung ermöglicht. Systeme bergen also, und Subjekte werden in ihnen und durch sie geborgen. Durch Einbettungen entbergen Subjekte das Bergen von Systemen. Es ist die die Exessivität von Systemen, welche den Subjekten durch ihr Bergen Schutz gibt, nur die Leere ist schützend, die Systeme und Objekte sind bedrohlich. Daher fürchtet man sich in Geisterbahnen nicht vor den leeren dunklen Korridoren, sondern vor den Erscheinungen der Objekte, die sie bergen.



Wiener Prater-Geisterbahn zu Basel

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1930

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Spencer-Brown, George, Laws of Form. London 1969

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Excessive Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvement und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

von Doderer, Heimito, Der Grenzwald. München 1967

Semiotische Grenzen und Ränder

1. Ordnet man die zehn Peirceschen Zeichenklassen nach ihren trichotomischen Subrelationen vom Grade n und stellt man sie zu Paaren der Form $\langle n, n+m \rangle$ mit $m \geq 1$ zusammen, so kann man die semiotischen Grenzen zwischen je zwei Zeichenklassen durch n -Tupel von Subrelationen bestimmen.

1.1. Grenzen $\langle n, n+m \rangle$ für $m = 1$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

1.2. Grenzen $\langle n, n + m \rangle$ für $m = 2$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

1.3. Grenzen $\langle n, n + m \rangle$ für $m = 3$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3)),$$

usw.

2. Semiotische Ränder wurden in Toth (2013) durch folgende semiotischen Kategorien definiert

$$(.1.) = \langle -, - \rangle$$

$$(.2.) = \langle (.1., -) \rangle$$

$$(.3.) = \langle (.1.), (.2.) \rangle,$$

Es besteht somit Isomorphie der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong \langle -, - \rangle, \langle (.1., -) \rangle, \langle (.1.), (.2.) \rangle.$$

Definition 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: (a.b)

$< (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(b) < (d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

Definition 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man " $<$ " durch " $>$ " ersetzt.

Für beide semiotischen Teilordnungen gilt dann

$$\text{INV}(a.b) \cup \text{SUP}(a.b) = (a.b)^\circ$$

$$\text{INV}(a.b) \cap \text{SUP}(a.b) = \emptyset$$

Für die triadischen Teilordnungen Tr und die trichotomischen Teilordnungen Tt gilt

$$\text{INV}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{INV}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

$$\text{SUP}(a.b)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(a.b)^{-1}_{\text{Tt}}$$

Wir können somit für jede Zeichenklasse die zugehörigen involvativen und suppletiven Relationen bilden.

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\text{INV}(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\text{INV}(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\text{INV}(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\begin{aligned}
\text{INV}(3.3, 2.3, 1.3) &= \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\} \\
&===== \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.1) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.2) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.1, 1.3) &= \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.2) &= \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.2, 1.3) &= \{(3.2), (3.3), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.1, 2.3, 1.3) &= \{(3.2), (3.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.2) &= \{(3.3), (2.3), (1.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.2, 1.3) &= \{(3.3), (2.3)\} \\
\text{SUP}(3.2, 2.3, 1.3) &= (3.3) \\
\text{SUP}(3.3, 2.3, 1.3) &= \emptyset
\end{aligned}$$

Für jede Zkl gilt somit

$$(3.a, 2.b, 1.c)^\circ = \text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cup \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c),$$

$$\text{INV}(3.a, 2.b, 1.c) \cap \text{SUP}(3.a, 2.b, 1.c) = \emptyset$$

$$\text{INV}(a, .b, .c) = \text{INV}(3., 2., 1.)^{-1}$$

$$\text{SUP}(a, .b, .c)_{\text{Tr}} = \text{SUP}(3., 2., 1.)^{-1}_{\text{Tr}}.$$

Die Mengen der involvativen und der suppletiven Relationen jedes Zeichens partitionieren somit das zu jedem Zeichen komplementäre "semiotische Universum" (vgl. Bense 1983) entsprechend der Position jeder Subrelation innerhalb der triadischen und innerhalb der trichotomischen Ordnung der Primzeichen bzw. der semiotischen Kategorien.

3. Die Ränder von Grenzen bzw., dual dazu, die Grenzen von Rändern lassen sich semiotisch nun natürlich einfach durch die Schnittmengen beider bestim-

men. Für beschränken uns hier auf die Grenzen $\langle n, n+m \rangle$ für $m = 1$. Sei $\text{INV}(\text{Zkl}) = \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$ und $\text{SUP}(\text{Zkl}) = \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$

3.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

3.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

3.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$

3.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

3.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

3.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$

3.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

3.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

3.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

Ferner haben wir den folgenden Satz der mathematischen Semiotik:

SATZ. Sei $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) = ((a.b), (c.d))$. Dann gilt: Wenn $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) = G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) = \emptyset$ ist, dann ist $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_n) = (c.d)$ und $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_{n+1}) = (a.b)$.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I

1. Nach Toth (2013a) hat jedes Zeichen zwei Ränder, einen linken (involativen) Rand $\mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$ und einen rechten, suppletiven Rand $\mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$. Nach Toth (2013b) können die Grenzen zwischen zwei (nicht notwendig adjazenten) Zeichen durch $G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) = \text{Zkl}_i \cap \text{Zkl}_j$ bestimmt werden. Die Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen von Zeichen bestimmen sich daher durch das Quadrupel

$$Q = (G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_i), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_i), \\ G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_j), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_j)).$$

Im folgenden wird eine schematische Darstellungsweise für die semiotischen Grenzen und Ränder von Paaren adjazenter Zeichenklassen eingeführt, um den am Schluß von Toth (2013b) formulierten Satz der algebraischen Semiotik zu illustrieren. Grenzen werden blau, Ränder grün und Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen rot markiert.

2.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

2.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

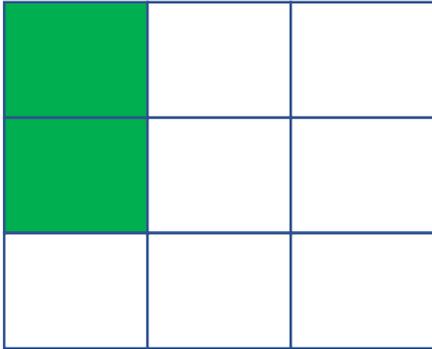
2.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

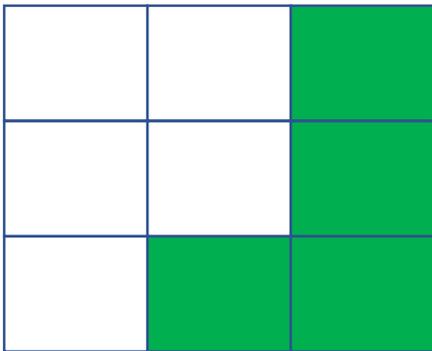
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



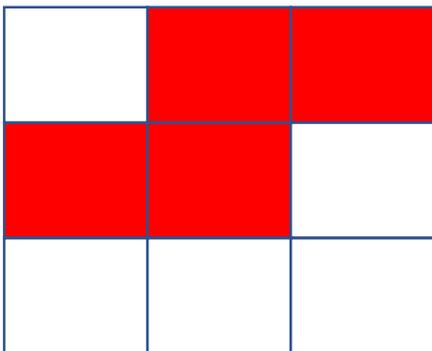
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$



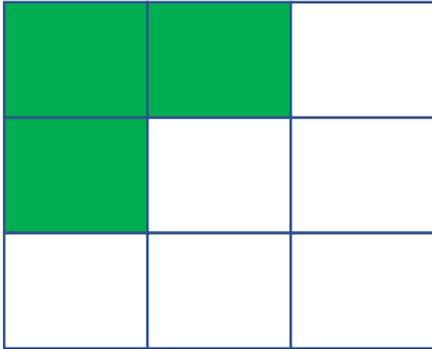
2.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

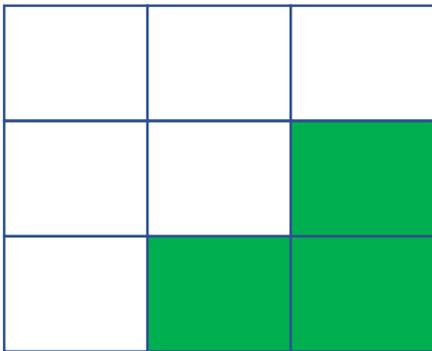
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$



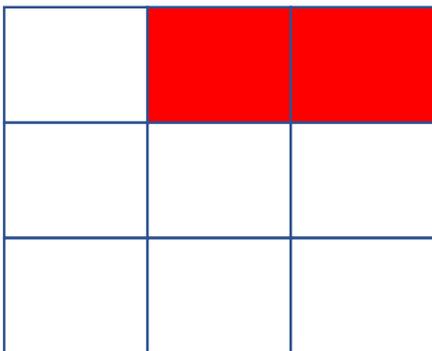
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$



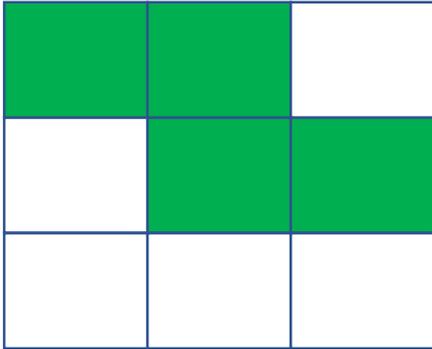
2.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

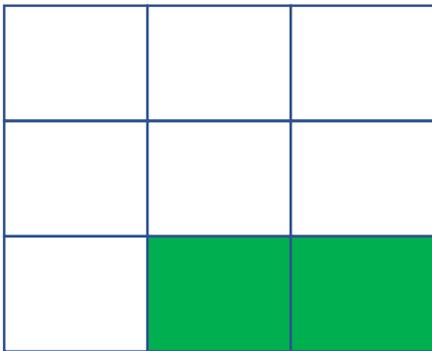
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$



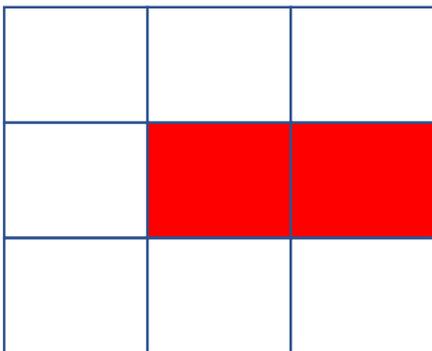
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



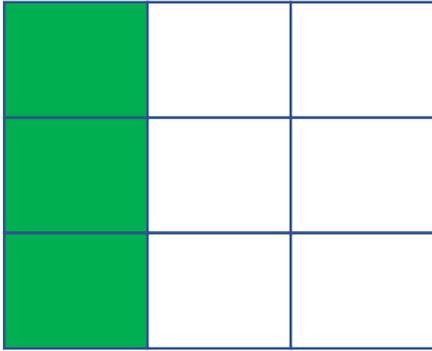
2.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

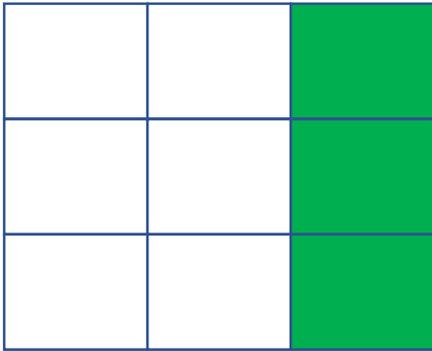
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



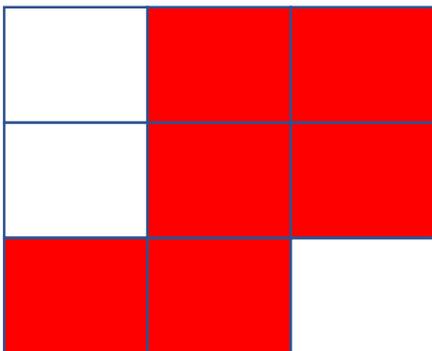
Somit haben wir

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$



2.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

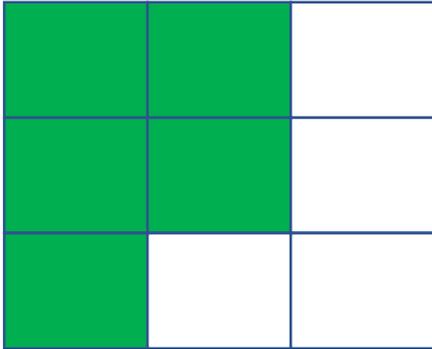
2.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

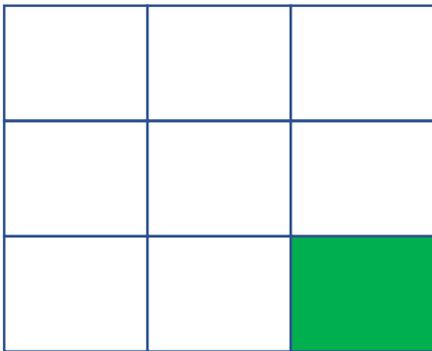
$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



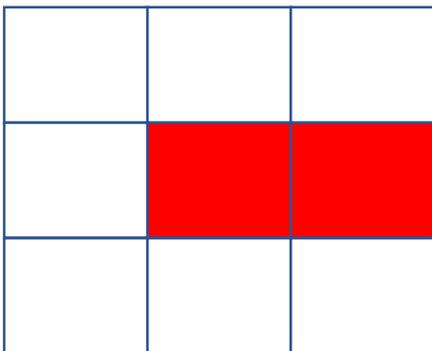
Somit haben wir

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



2.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Somit haben wir

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

Der in Toth (2013b) erhaltene Satz der algebraischen Semiotik lautet

SATZ. Sei $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) = ((a.b), (c.d))$. Dann gilt: Wenn $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) = G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) = \emptyset$ ist, dann ist $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_n) = (c.d)$ und $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_{n+1}) = (a.b)$.

Ist $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_n) \neq \emptyset$ oder $G(\text{Zkl}_n, \text{Zkl}_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_{n+1}) \neq \emptyset$, dann gilt der Satz selbstverständlich nicht. Allerdings ist vorderhand unklar, ob es Sätze gibt, welche diese Resultate beschreiben.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder II

1. Nach Toth (2013a) hat jedes Zeichen zwei Ränder, einen linken (involuntiven) Rand $\mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl})$ und einen rechten, suppletiven Rand $\mathcal{R}_\rho(\text{Zkl})$. Nach Toth (2013b) können die Grenzen zwischen zwei (nicht notwendig adjazenten) Zeichen durch $G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) = \text{Zkl}_i \cap \text{Zkl}_j$ bestimmt werden. Die Grenzen von Rändern bzw. Ränder von Grenzen von Zeichen bestimmen sich daher durch das Quadrupel

$$Q = (G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_i), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_i), \\ G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\lambda(\text{Zkl}_j), G(\text{Zkl}_i, \text{Zkl}_j) \cap \mathcal{R}_\rho(\text{Zkl}_j)).$$

Im folgenden werden im Anschluß an Toth (2013c) Paare von nicht-adjazenten Zeichenklassen untersucht und auf diese Weise der innerhalb der Semiotik bislang nicht definierbare Begriff der Nachbarschaft definiert.

2.1. Die Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft $\langle n, n+m \rangle$ mit $m = 1$ wurden bereits in Toth (2013a, b) untersucht.

2.2. Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft $\langle n, n + m \rangle$ mit $m = 2$.

2.2.1. $G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

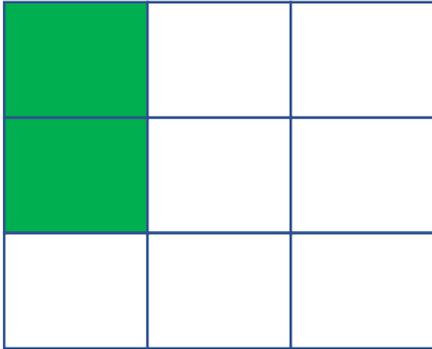
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.2.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

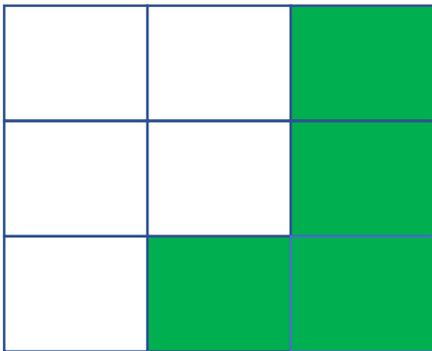
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



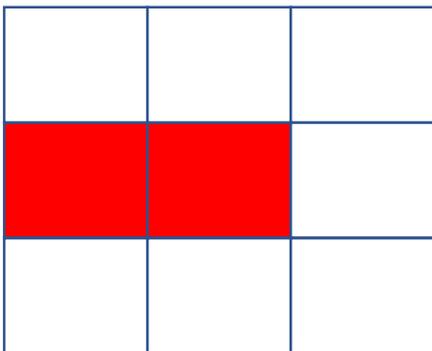
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

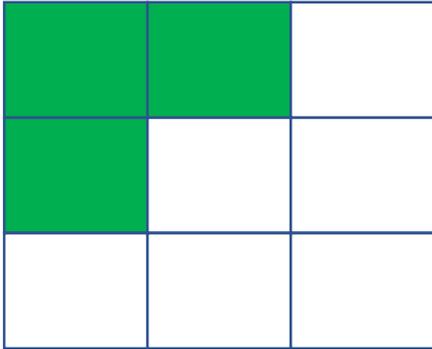


$$2.2.3. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

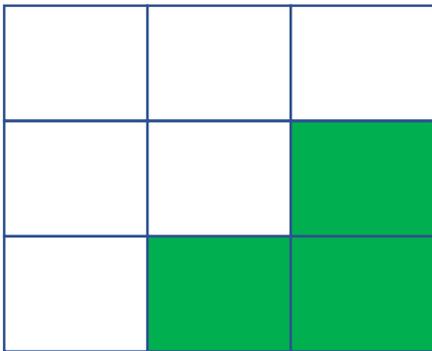
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$



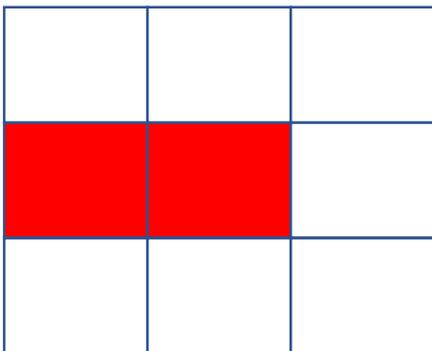
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

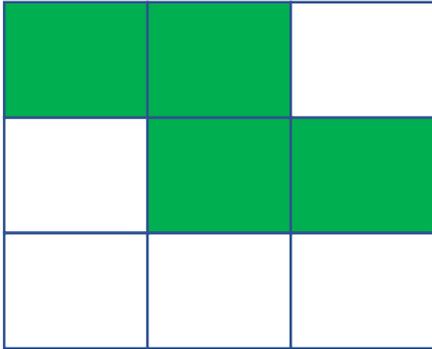


$$2.2.4. G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

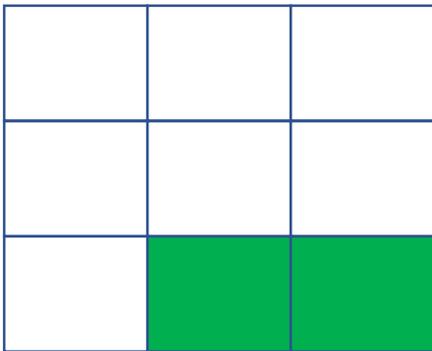
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$



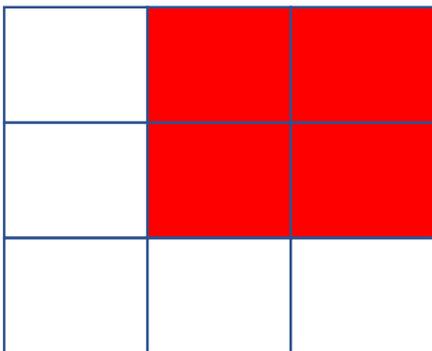
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

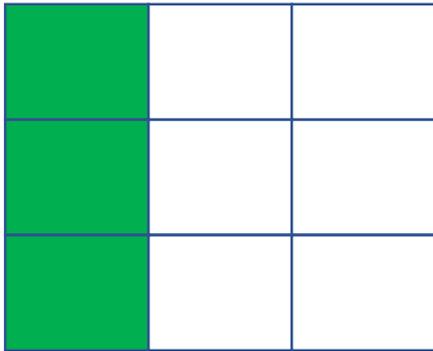


$$2.2.5. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

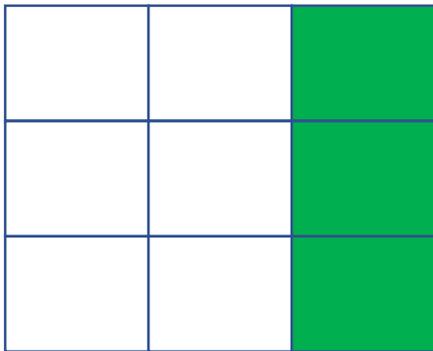
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



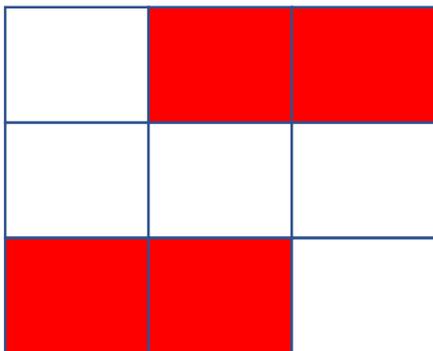
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

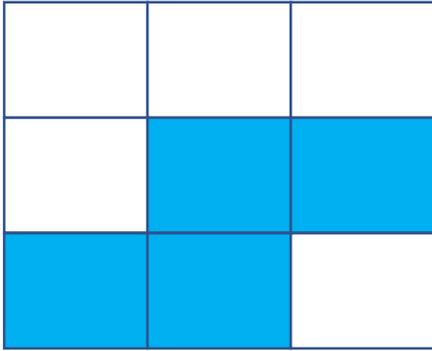
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

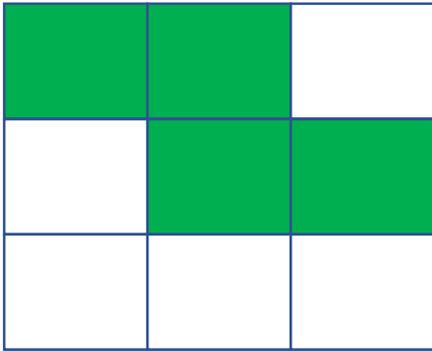
$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$



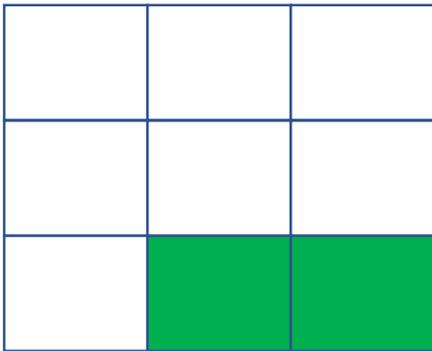
$$2.2.6. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$



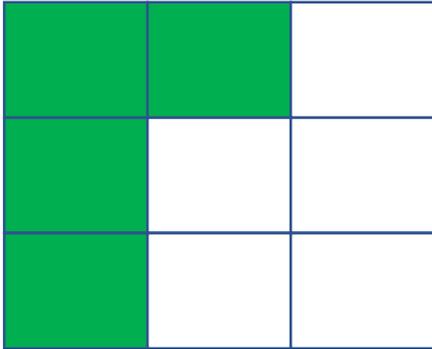
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$



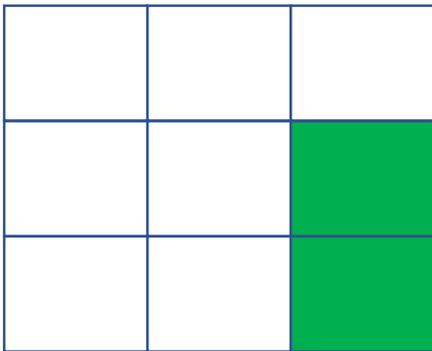
$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



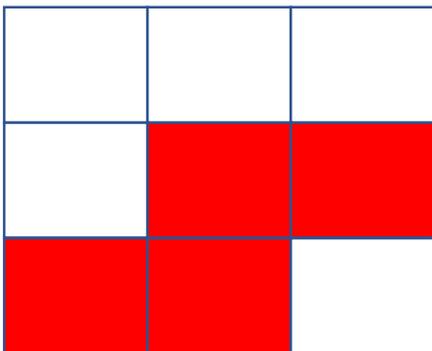
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

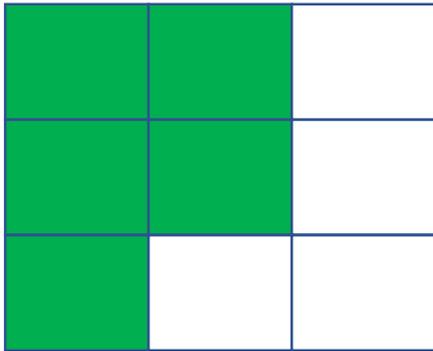


$$2.2.7. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

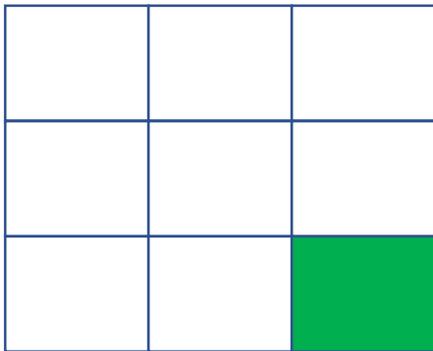
$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



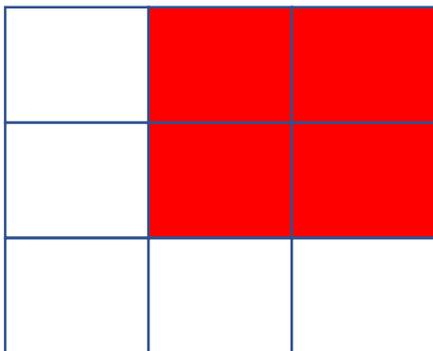
Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

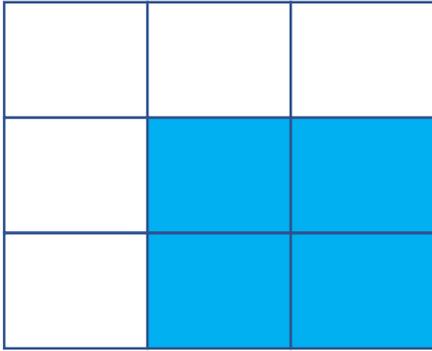
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 1.2)$$

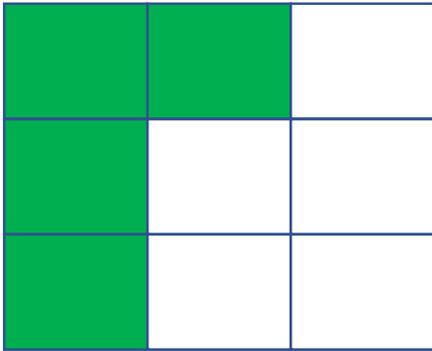
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



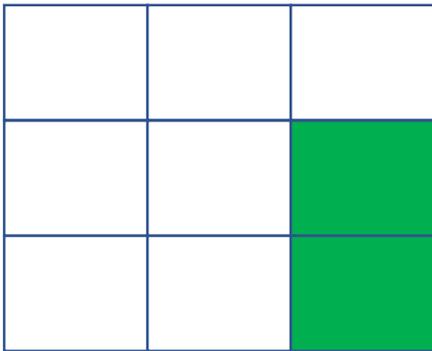
$$2.2.8. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$



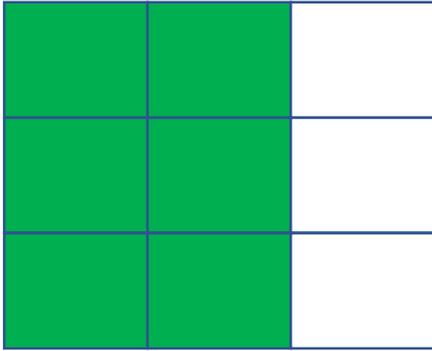
$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$



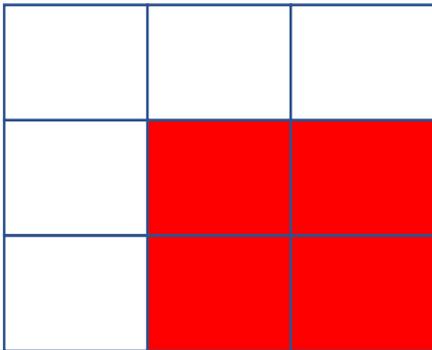
Wir haben somit

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

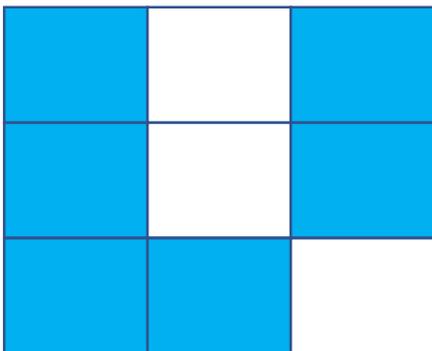
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.2)$$

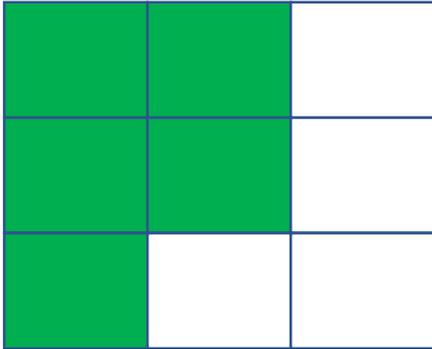
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



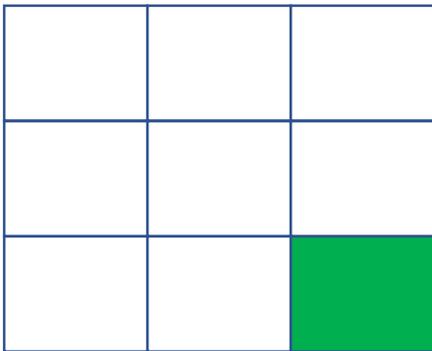
$$2.2.9. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

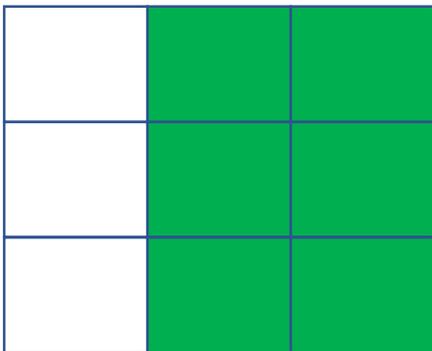


$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



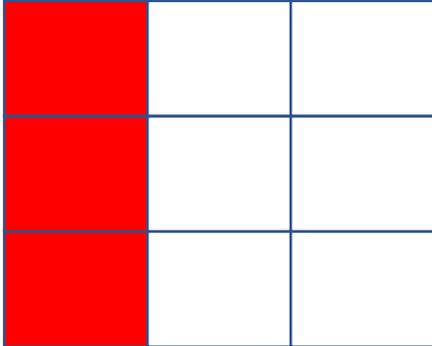
Wir haben somit

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

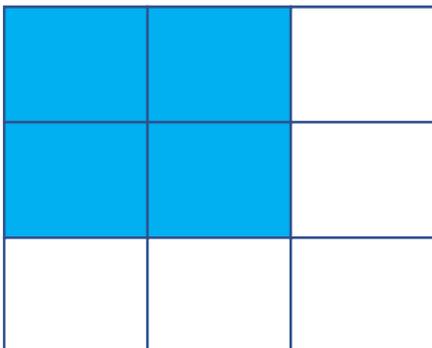
$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



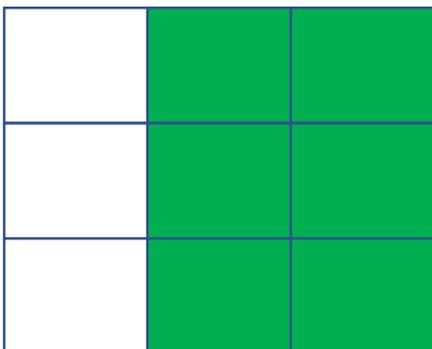
2.3. Grenzen und Ränder für die semiotische Nachbarschaft $\langle n, n + m \rangle$ mit $m = 3$

$$2.3.1. G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

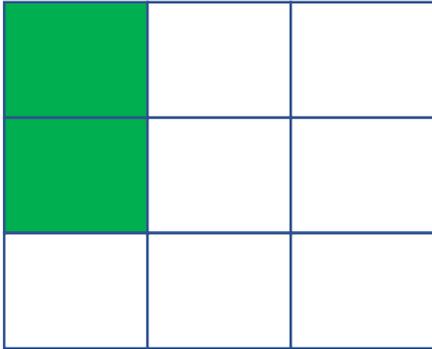


$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

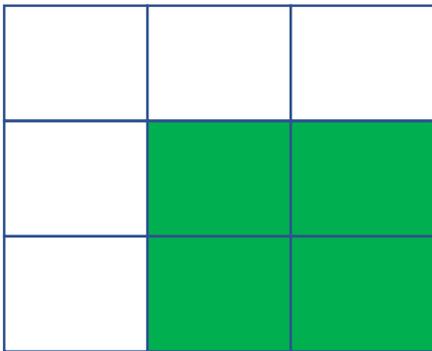
$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



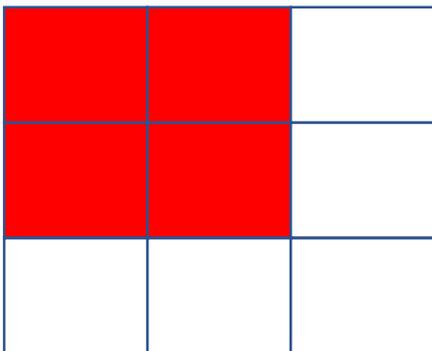
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$



$$2.3.2. G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Wir haben somit

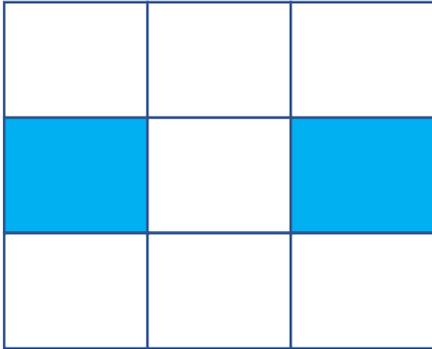
$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$

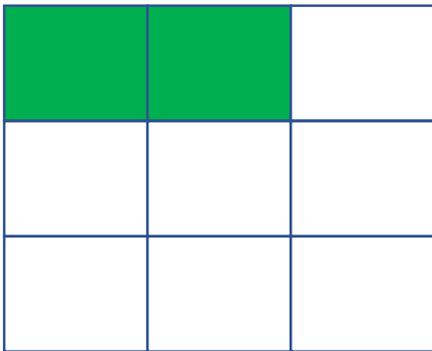
$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

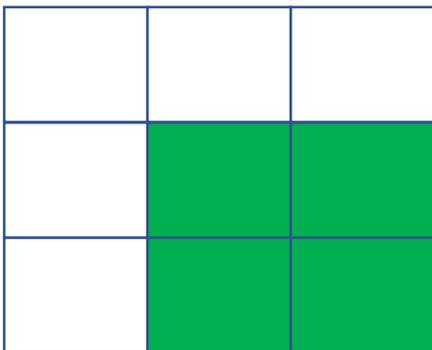
$$2.3.2. G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Wir haben somit

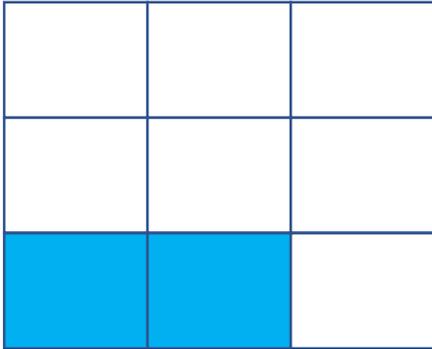
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

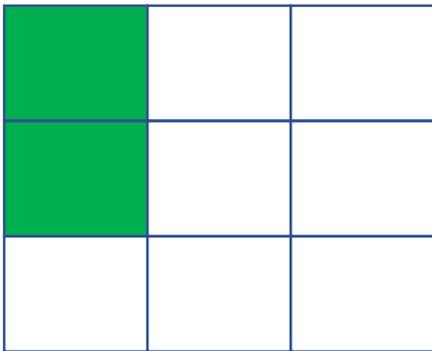
$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

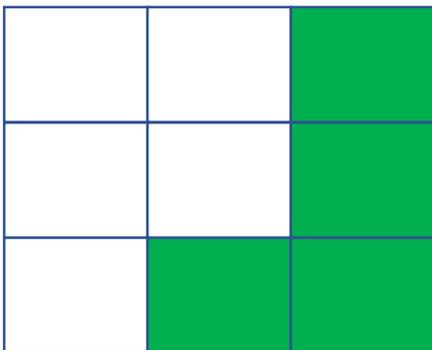
$$2.3.3. G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$



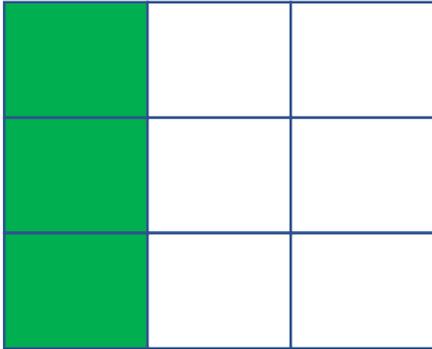
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$



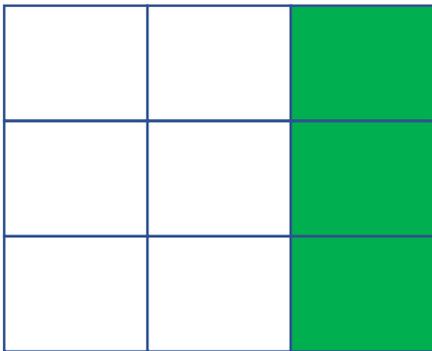
$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



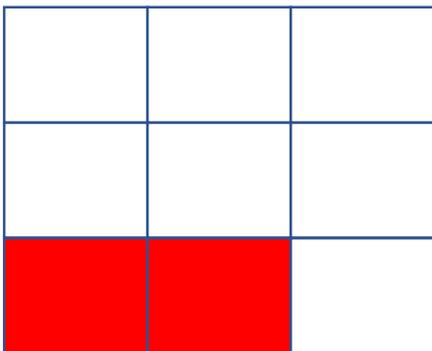
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

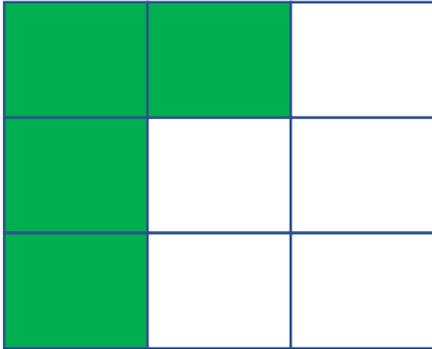


$$2.3.4. G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

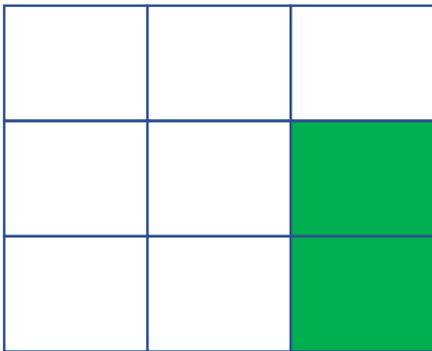
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



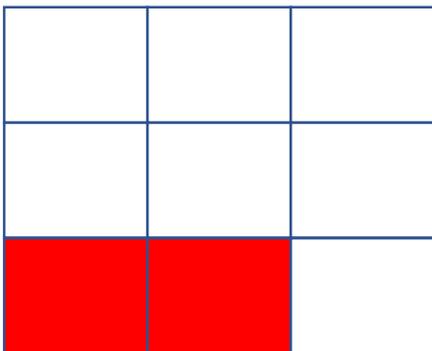
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

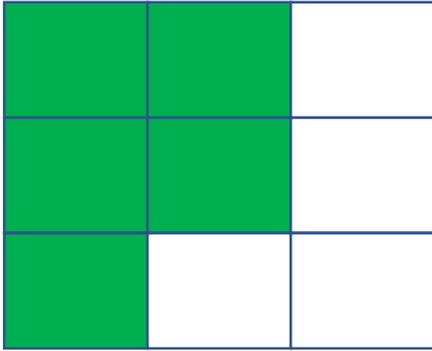


$$2.3.5. G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

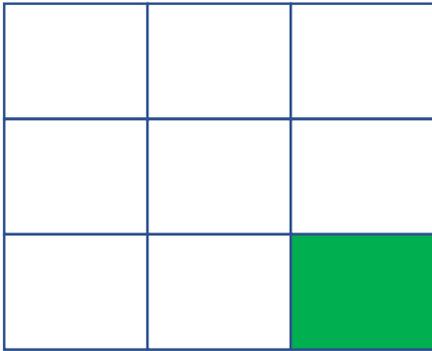
$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



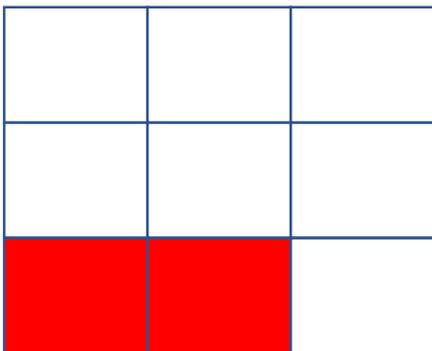
Wir haben somit

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

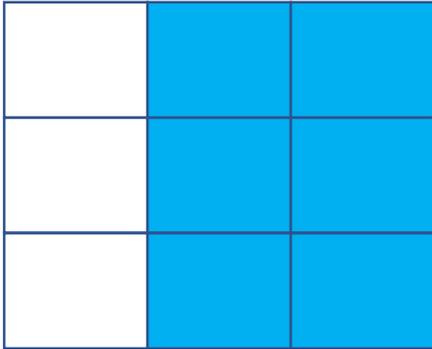
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

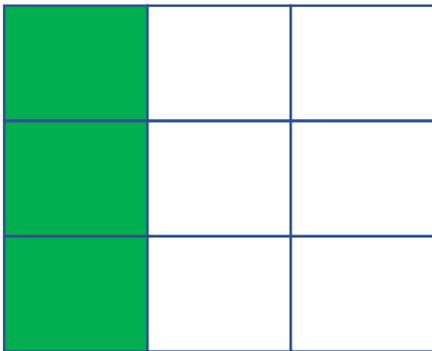
$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$



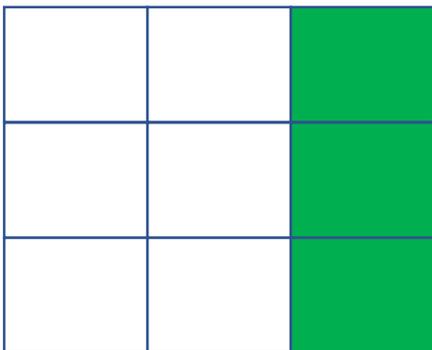
$$2.3.6. G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Wir haben somit

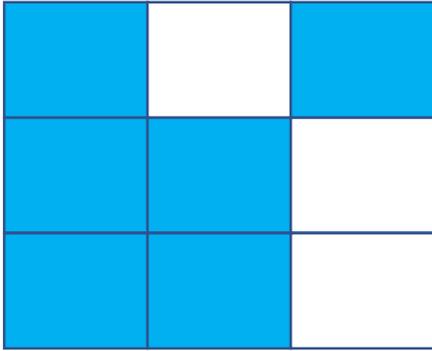
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.3)$$

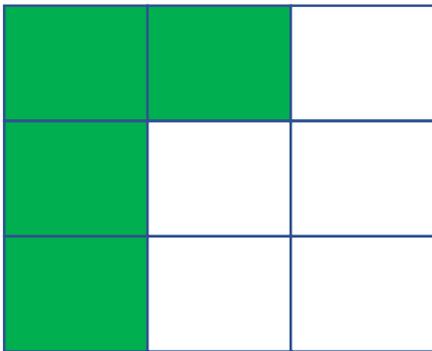
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

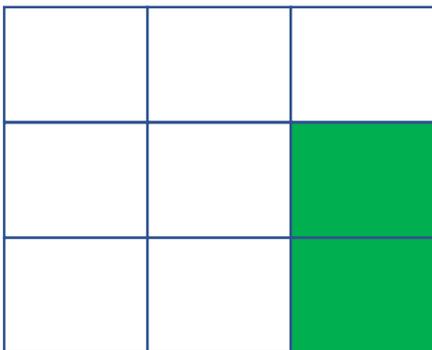
$$2.3.7. G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

Wir haben somit

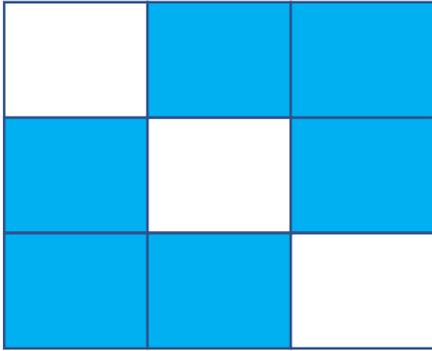
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

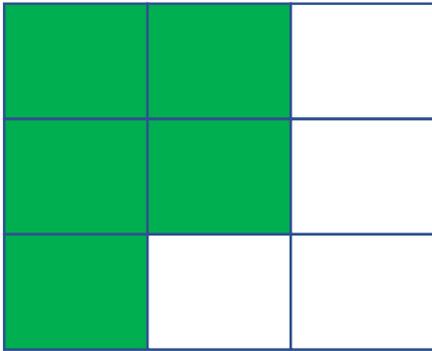
$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2, 3.2).$$

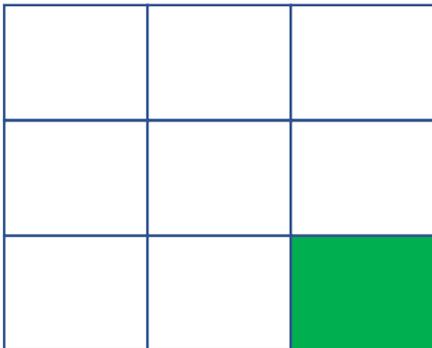
$$2.3.8. G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3))$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Wir haben somit

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.2).$$

3.1. Wir können somit den neuen Begriff der semiotischen Nachbarschaft durch

$$N = \Delta_{i,j}(Zkl_i, Zkl_j)$$

definieren. Die Nachbarschaft zweier Zeichen ist somit umso größer, je kleiner $\Delta_{i,j}$ ist. Wie man erkennt, führt die Erhöhung von $\Delta_{i,j}$ zu äußerst interessanten semiotischen topologischen Räumen.

3.2. Ab einer bestimmten, d.h. vorerst noch nicht bekannten, Größe von $\Delta_{i,j}$ partitionieren die Grenzränder die semiotische Nachbarschaft, vgl.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

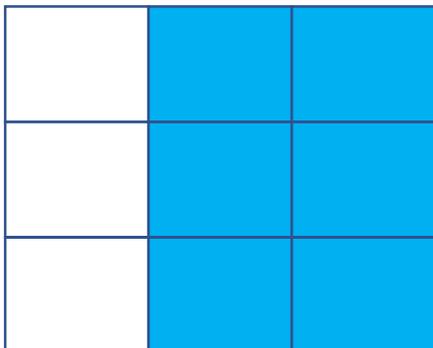
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

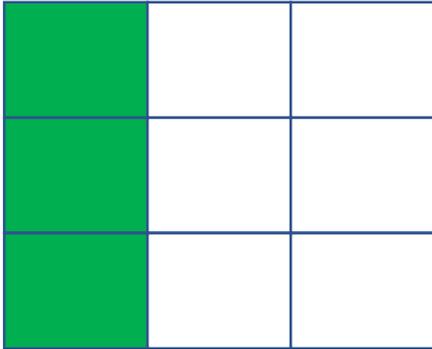
$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

3.3. Unter bestimmten, ebenfalls vorerst noch nicht bekannten, Bedingungen besteht Komplementarität zwischen den topologischen Räumen semiotischer Nachbarschaften sowie linken und rechten Rändern, vgl.

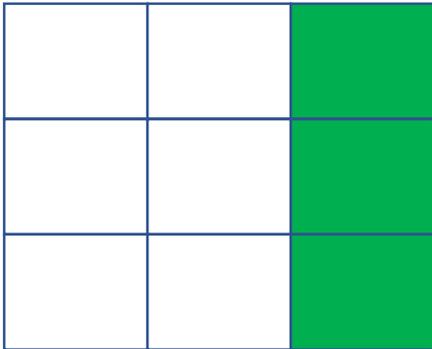
$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$



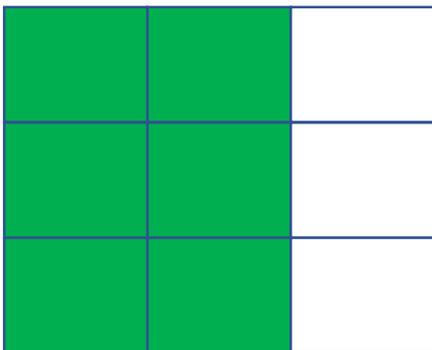
$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$



$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$



$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

3.4. Durch diese Abbildungen topologischer semiotischer Nachbarschaftsräume auf die Ränder der in Nachbarschaft stehenden Zeichen werden ferner in bestimmten Fällen reguläre Zeichenklassen bzw. Permutationen von ihnen erzeugt (vgl. Kap. 3.3. u. 2.2.9). Werden zwei Zeichenklassen erzeugt, so können diese, wie in 3.3., zueinander adjazent sein oder auch nicht. Ein Beispiel für ein

Paar gleitgespiegelter Zeichenklassen ist in 2.3.8. Ein ebenfalls noch unbewiesener Satz der topologischen Semiotik lautet:

SATZ. Je größer $\Delta_{i,j}$ ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Abbildung semiotischer Nachbarschaftsräume auf die Ränder der in einer Nachbarschaftsrelation stehenden Zeichenklassen Zeichenklassen bzw. Permutationen von Zeichenklassen generiert.

Insgesamt stellt die Untersuchung von semiotischer Nachbarschaft, Grenzen, Rändern und Grenzrändern ein Paradebeispiel für qualitative Differenzierung von Quantitäten dar. In diesem Beitrag und seinem Vorgänger (Toth 2013c) wurden die Qualitäten innerhalb der semiotischen topologischen Räume daher mit Farben markiert.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder

1. Im Anschluß an die drei Vorgängerstudien zur topologischen Semiotik und ihrer zentralen Begriffe der semiotischen Nachbarschaft, linker (involvativer) und rechter (suppletiver) Ränder, von Grenzen und sog. Grenzrändern (vgl. Toth 2013a, b) soll im folgenden eine Darstellungsweise geboten werden, die es ermöglicht, für jedes Paar aus den 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen aufgrund der Nachbarschaften für $\Delta_{i,j} = \{1, 2, 3\}$ die isomorphen sowie homomorphen Grenzen, Ränder und Grenzränder auf einfache Weise festzustellen. Dieser "Service-Artikel" dient natürlich dazu, einerseits die bereits in den Vorgängerstudien formulierten und vorerst noch unbewiesenen Sätze der topologischen und algebraischen Semiotik ihren Beweisen entgegenzuführen und andererseits die Aufdeckung weiterer Sätze und Lemmata zu ermöglichen.

2.1. $\Delta_{i,j} = 1$

2.1.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset.$$

2.1.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3).$$

2.1.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3).$$

2.1.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.1.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2. $\Delta_{ij} = 2$

2.2.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

2.2.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

2.2.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

2.2.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2, 1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.2.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3. $\Delta_{ij} = 3$

2.3.1.

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (1.1, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

2.3.2.

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2, 2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.3.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.4.

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset.$$

2.3.5.

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.6.

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.7.

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset.$$

2.3.8.

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.3, 2.2, 3.2).$$

2.3.9.

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)\}$$

Grenzränder

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (1.2, 2.1, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3, 2.3, 3.2).$$

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Semiotische Umgebung und Nachbarschaft

1. In Toth (2013a) wurde die semiotische Umgebung als die Vereinigung der linken bzw. involvativen und der rechten bzw. suppletiven Ränder von Zeichenrelationen definiert. In Toth (2013b) wurde die semiotische Nachbarschaft als Paar von Zeichenklassen oder Realitätsthematiken definiert. Im folgenden soll das Verhältnis von Umgebung und Nachbarschaft in Bezug auf die weiters in Toth (2013a, b) definierten Begriffe Rand, Grenze und Grenzrand/Randgrenze von Zeichen als Grundlage für eine spätere semiotische kategorietheoretische Topologie demonstriert werden.

2. Zunächst müssen hierzu die triadisch-trichotomischen Relationen in rein trichotomische Relation transformiert werden. Die folgenden Abbildungen sind bijektiv. Ebenfalls bijektiv ist die Abbildung trichotomischer auf kategoriale Relationen.

(3.1, 2.1, 1.1)	→	$\langle 1, 1, 1 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \text{id}_1]$
(3.1, 2.1, 1.2)	→	$\langle 1, 1, 2 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \alpha]$
(3.1, 2.1, 1.3)	→	$\langle 1, 1, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_1, \beta\alpha]$
(3.1, 2.2, 1.2)	→	$\langle 1, 2, 2 \rangle$	→	$[\alpha, \text{id}_2]$
(3.1, 2.2, 1.3)	→	$\langle 1, 2, 3 \rangle$	→	$[\alpha, \beta]$
(3.1, 2.3, 1.3)	→	$\langle 1, 3, 3 \rangle$	→	$[\beta\alpha, \text{id}_3]$
(3.2, 2.2, 1.2)	→	$\langle 2, 2, 2 \rangle$	→	$[\text{id}_2, \text{id}_2]$
(3.2, 2.2, 1.3)	→	$\langle 2, 2, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_2, \beta]$
(3.2, 2.3, 1.3)	→	$\langle 2, 3, 3 \rangle$	→	$[\beta, \text{id}_3]$
(3.3, 2.3, 1.3)	→	$\langle 3, 3, 3 \rangle$	→	$[\text{id}_3, \text{id}_3]$

3. Nachbarschaften von Umgebungen/Umgebungen von Nachbarschaften

3.1.

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) = (id_1, \alpha^\circ)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, id_1] = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, id_1] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\alpha^\circ), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, id_1] = \emptyset$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, id_1] = (\alpha^\circ)$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$G([id_1, id_1], [id_1, \alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \emptyset.$$

3.2.

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) = (\alpha^\circ, \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = (id_1)$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[id_1, \beta\alpha] = \{(id_1), (\alpha^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[id_1, \beta\alpha] = \{(\beta^\circ), (id_3), (id_2), (\beta)\}$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \alpha] = \emptyset$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \alpha] = (\beta\alpha)$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\lambda[id_1, \beta\alpha] = (\alpha^\circ)$$

$$G([id_1, \alpha], [id_1, \beta\alpha]) \cap \mathcal{R}_\rho[id_1, \beta\alpha] = \emptyset.$$

3.3.

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) = ((\alpha, \text{id}_2), (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_1, \beta\alpha] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_1, \beta\alpha] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_1, \beta\alpha] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_1, \beta\alpha] = (\text{id}_2)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = (\alpha)$$

$$G([\text{id}_1, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = (\beta\alpha).$$

3.4.

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) = (\text{id}_2, (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \text{id}_2] = \emptyset$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \text{id}_2] = (\beta\alpha)$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \emptyset.$$

3.5.

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) = ((\text{id}_2, \beta), \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3)\}$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\alpha, \beta] = \emptyset$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\alpha, \beta] = (\beta)$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\text{id}_2, \beta)$$

$$G([\alpha, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \emptyset.$$

3.6.

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) = ((3.1, \beta^\circ), (\text{id}_2, \beta), (\alpha^\circ, \beta\alpha))$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\text{id}_2), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = \{(\beta^\circ), (\text{id}_3)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\text{id}_2, \beta, \alpha^\circ)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta\alpha, \text{id}_3] = (\beta^\circ)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = (3.1)$$

$$G([\beta\alpha, \text{id}_3], [\text{id}_2, \text{id}_2]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = (\beta, \beta\alpha).$$

3.7.

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) = (\alpha^\circ, \beta\alpha)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_1), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = \{(\text{id}_3), (\beta), (\beta\alpha)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \text{id}_2] = \emptyset$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \text{id}_2] = (\beta\alpha)$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = (\alpha^\circ)$$

$$G([\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \beta]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \emptyset.$$

3.8.

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) = (\text{id}_2, \beta)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = \{(\text{id}_3), (\beta)\}$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_2, \beta] = \emptyset$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_2, \beta] = (\beta)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_2)$$

$$G([\text{id}_2, \beta], [\beta, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = \emptyset.$$

3.9.

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) = (\beta^\circ, \text{id}_3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda[\text{id}_3, \text{id}_3] = \{(\text{id}_1), (\alpha^\circ), (\alpha), (\text{id}_2), (3.1), (\beta^\circ)\}$$

$$\mathcal{R}_\rho[\text{id}_3, \text{id}_3] = \emptyset$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\beta, \text{id}_3] = \emptyset$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\beta, \text{id}_3] = (\text{id}_3)$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\lambda[\text{id}_3, \text{id}_3] = (\beta^\circ)$$

$$G([\beta, \text{id}_3], [\text{id}_3, \text{id}_3]) \cap \mathcal{R}_\rho[\text{id}_3, \text{id}_3] = \emptyset.$$

Literatur

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Kategorienrealität als konverser Grenzrand

1. Nehmen wir als Beispiel das reguläre semiotische Dualsystem

$$DS = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

Die Grenze zwischen der Zeichen- und der zu ihr dualen Realitätsthematik bestimmt sich nach Toth (2013a) durch

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1).$$

Wir können ferner nach Toth (2013b) zwischen linken oder involvativen und rechten oder suppletiven Rändern der beiden Thematiken unterscheiden

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3).$$

Die in Toth (2013c) eingeführten sog. Grenzränder berechnen sich wie im folgenden exemplarisch angegeben.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

Diese Grenz-, Rand- und Grenzrandwerte kann man nun in einem der semiotischen Matrix entsprechenden Schema eintragen. Wählt man für Grenzwerte grün, für Randwerte blau und für Grenzrandwerte rot, erhält man die folgende Grenzwert-Matrix

die folgenden Randwert-Matrizen

und die folgende Grenzwert-Matrix

2. Man kann nun aber statt die Belegungen der Matrizen durch Grenz-, Rand- und Grenzrand-Werte die zu diesen Werten komplementären negativen Belegungen betrachten. Hier sind es besonders der in Toth (2013d) behandelten Grenzrand-Matrizen, welche uns interessieren.

2.1. Kategorienrealität als konverser Grenzrand

Geht man vom regulären semiotischen Dualsystem

$$DS = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

aus und bestimmt man seine Grenzränder

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$3.5. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3),$$

dann erkennt man, daß sie mit den Grenzrändern des folgenden irregulären Dualsystem

$$DS = (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

übereinstimmen, denn wir bekommen

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

Trägt man nun diese Grenzrandwerte in eine topologische Matrix ein

dann erkennt man, daß die Kategorienrealität als konverser Grenzrand der beiden semiotischen Dualsysteme definierbar ist.

2.2. Ein noch interessanteres Ergebnis erhält man, wenn man von dem folgenden regulären semiotischen Dualsystem ausgeht

$$DS = (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

Auch hier gibt es ein irreguläres semiotische Dualsystem, das gleiche Grenzwandwerte besitzt

$$DS = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

Die Grenzrand-Matrix ist also

Wie man erkennt, sind die Grenzrand-Wertbelegungen in diesem Fall so, daß durch die konversen Grenzränder nicht nur die Kategorienrealität, sondern auch die Eigenrealität erzeugbar sind, denn die unbelegten Matrixpositionen sind genau die beiden Diagonalen der Matrix. Andererseits gibt es unter den den $3^3 = 27$ möglichen triadisch-trichotomischen Relationen über der Menge der Primzeichen $PZ = (.1., .2., .3.)$ keine einzige Grenzrand-Matrix, in welcher ausschließlich die Eigenrealität als konverser Grenzrand erzeugbar ist. Erzeugbar sind somit einerseits die Kategorienrealität allein und andererseits die Eigenrealität aus Kategorienrealität. Diese Erkenntnis ist äußerst wichtig, denn bereits Bense hatte vermutet, daß "die Zeichenklasse der Eigenrealität eine Permutation der Kategorienklasse" ist (1992, S. 20).

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Eigenrealität als Thematisation eines singulären Objektes

1. In seiner Übersicht über die strukturellen und semiotischen Eigenschaften des eigenrealen semiotischen Dualsystems $DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$ nennt Bense dessen Thematisation eines "singulären Objektes mit dem Repräsentationswert 12 wie das semiotisch Vollständige Objekt bzw. der Objektbezug (2.1, 2.2, 2.3), aber dennoch KEIN Vollständiges Objekt" (Bense 1992, S. 14). Im folgenden soll gezeigt werden, daß dieser zunächst v.a. für die Bestimmung ästhetischer Objekte als singulärer Objekte bedeutsame Satz noch sehr viel weiter tragende formale Implikationen besitzt. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse von Toth (2012a-c) vorausgesetzt.

2. Leere Grenzrand-Matrizen

2.1. \emptyset -Matrix bei den regulären semiotischen Dualsystemen

$$DS = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.2. \emptyset -Matrix bei den irregulären semiotischen Dualsystemen

$$DS = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$DS = (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

Es sind somit nur diese 3 der insgesamt $3^3 = 27$ möglichen triadisch-trichotomischen semiotischen Relationen, welche leere Grenzrand-Matrizen haben. Diese formale Eigenschaft des regulären eigenrealen semiotischen Dualsystems wird also von zwei irregulären semiotischen Dualsystemen geteilt.

3. Objektthematizationen

Es ist korrekt, daß innerhalb der Teilmenge der 10 regulären semiotischen Dualsysteme neben dem eigenrealen Dualsystem nur das Dualsystem mit der Realitätsthematik des Vollständigen Objektes den Repräsentationswert $R = 12$ aufweist. Betrachten wir allerdings den Grenzrandwert dieses semiotischen Dualsystems, so finden wir, daß es wiederum zwei irreguläre semiotische Dualsysteme mit identischem Grenzrandwert gibt.

3.1. Reguläre semiotische Dualsysteme

$$DS = (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

3.2. Irreguläre semiotische Dualsysteme

$$DS = (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

$$DS = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.4. Diese Grenzrand-Matrix weist, wie in Toth (2013d) gezeigt, sowohl die hauptdiagonale Kategorienrealität als auch die nebendiagonale Eigenrealität als konverse Grenzrandwerte auf. In anderen Worten: Aus dieser topologischen Matrix der Objektrealität lassen sich durch Konversion von deren Grenzrandwerten beide Formen eigenrealer singulärer Objekte ableiten.

Schreibt man \mathfrak{G} für "Grenzrandwert", so kann man die entsprechenden Transformationen wie folgt notieren

$$\mathfrak{G}_{KR,ER} = \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{G}_1^\circ = [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)]^\circ \\ \mathfrak{G}_2^\circ = [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]^\circ \\ \mathfrak{G}_3^\circ = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]^\circ. \end{array} \right.$$

Seien nun (vgl. Kap. 3)

$$\mathfrak{G}_4 = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$

$$\mathfrak{G}_5 = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$

$$\mathfrak{G}_6 = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)],$$

dann gilt also

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{G}_1^\circ \supset \\ \mathfrak{G}_2^\circ \supset \\ \mathfrak{G}_3^\circ \supset \end{array} \right\} \mathfrak{G}_4, \mathfrak{G}_5, \mathfrak{G}_6$$

und man kann die Transformation Vollständiger Objekte zu singulären Objekten durch die Abbildungen der Grenzrand-Matrizen von

$$(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \mathfrak{G}_3) \rightarrow (\mathfrak{G}_4, \mathfrak{G}_5, \mathfrak{G}_6)$$

darstellen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Grenzrand-Typen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Kategorienrealität als konverser Grenzrand. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

Grenzränder in Panizzas Mondgeschichte

1. Oskar Panizza, dessen Werk für die Semiotik von großer Bedeutung ist, hatten wir bereits zahlreiche Aufsätze gewidmet. Im folgenden wird die 1890 zuerst veröffentlichte Erzählung "Eine Mondgeschichte" zur Illustration der in Toth (2013a) in die Semiotik und in Toth (2013b) in die Ontik eingeführten sog. Grenzränder benutzt.

1.1. Semiotische Grenzen, Ränder und Grenzränder

Gegeben sei das Dualsystem

$$DS = [(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$$

Da die Grenzen zweier Repräsentationsrelationen durch die ihnen nicht-gemeinsamen Subrelationen definiert sind, bekommen wir

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1).$$

Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$INV(a.b) = \{(c.d) \mid c < a \vee d < b\}$$

$$SUP(a.b) = \{(c.d) \mid c > a \vee d > b\}.$$

Daraus folgen zwei Dinge: 1. Umgebungen sind 2-dimensional, d.h. sowohl triadisch als auch trichotomisch bestimmt. 2. $INV(a.b)$ und $SUP(a.b)$ sind relativ zur Relation, deren Umgebungen bestimmt werden, komplementär. M.a.W. ergibt also die Vereinigung dieser Relation und ihrer beiden Umgebungen die semiotische Matrix. Für unsere Dualsystem haben wir damit

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Was schließlich die Grenzränder betrifft, so sind sie definiert wie im folgenden exemplarisch anhand unseres Dualsystems gezeigt wird.

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

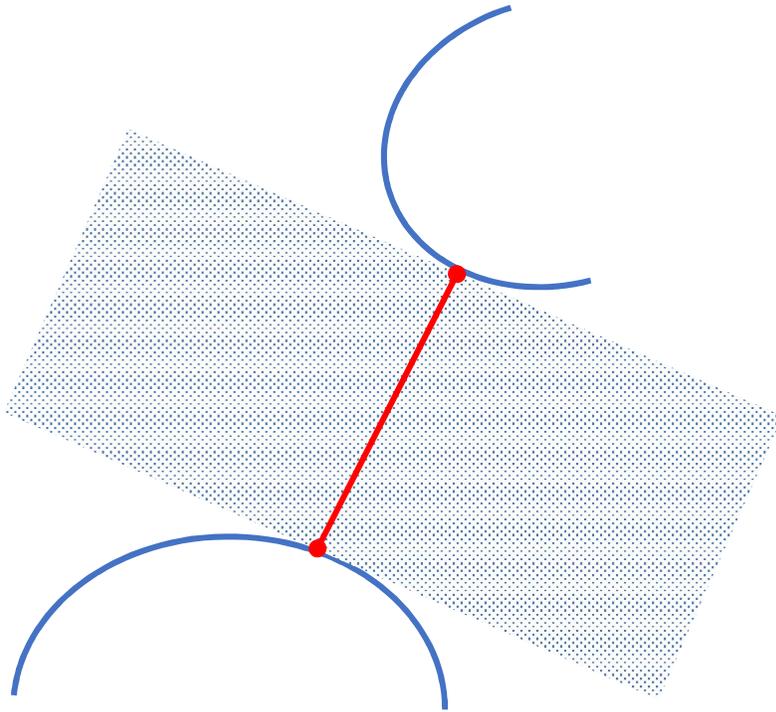
Während also unser Dualsystem die folgende Matrize und ihre Transponierte hat

besitzt der Grandrand \mathfrak{G} unseres Dualsystems die folgende Matrix

d.h. es ist $(3.1, 2.1, 1.3 \times 3.1, 2.1, 1.3) \cap \mathfrak{G}(3.1, 2.1, 1.3 \times 3.1, 2.1, 1.3) = (2.1)$.

2. In dem gewählten Beispiel ist also nicht nur die Schnittmenge zwischen dem Dualsystem und seinem Grenzrand nicht-leer, sondern die Grenzrandwerte sind sogar adjazent. Dagegen weist Panizzas Mondgeschichte einen dazu

konträren Grenzrand, der sich von der Oberfläche der Erde bis zu derjenigen des Mondes erstreckt.



Die folgenden Zitate zur Illustration dieses Grenzrandes zwischen Erd- und Mondoberfläche sind der Neuveröffentlichung der Mondgeschichte in Panizza (1981) entnommen.

2.1. Der Weg durch den Grenzrand

(Das Ende der Leiter) war etwas ausgefrantzt und schien von gutem, hanfenem Stoff. (S. 77)

Die Leiter war getheert, kräftig, leicht zum Anhalten, und sehr bequem zum Emporsteigen gearbeitet. (S. 78)

Nicht ohne einen gewissen Trost machte ich die Wahrnehmung, daß das Seil, nicht sagen dicker, aber anders gearbeitet sich zeigte; es fühlte sich besser und derber an; wir kommen an einen Halt- oder Wendepunkt, dachte ich. (S. 82)

Ich bemerkte, die Strickleiter lief hier am Ende wie über eine Art Holz-Welle, - wohl um nicht durch den Abwärtszug zu stark geknickt zu werden, - und verlor

sich erst von hier aus wie ein kleiner Eisenbahnstrang in der Dunkelheit des Innenraumes, wahrscheinlich um an einer entfernteren Stelle erst fest mit dem Gebäude verkoppelt zu werden. (S. 84)

2.2. Der Grenzrand

Der schwarze Mensch (...) griff in die Luft und erfaßte eine mir bis dahin unsichtbar gebliebene Strickleiter von rußigem Ansehen, an der er hinaufzusteigen begann. (...) Straff spannte sich die Leiter vor ihm in die Höhe, um sich in der Richtung, wo der vollmond gestanden war, in's Unendliche zu verlieren. (S. 77).

In diesem Moment fiel mein Blick unwillkürlich nach unten, wo wir die Erde zurückgelassen hatten, und ich machte eine Entdeckung, die, so schrecklich sie an und für sich war, mir doch eine gewisse Beruhigung über meine Lage gewährte; tief unter mir, wo die hanfene Leiter sich in weiter Ferne verlor, sah ich eine große, helle, bleiglänzende Fläche. (...) Kein Zweifel, wir waren über dem Meer. (S. 80 f.)

In allernächster Nähe über mir, vielleicht dreißig Meter entfernt, schwebte eine mächtige schwarze Kugel, wie ein Hohlgehäuse, wie ein riesiger Ballon. (...) Auf der linken Seite des Hauses bemerkte ich einen Laden aus Holz, wie einen Fensterladen, der jedoch geschlossen war. (...) Rechts, wo alles noch im Dunkel lag, hatte das schwebende runde Haus eine Art Thür, eine gieblige Öffnung, wie man sie, zum Aufziehen der Waren von außen, hoch oben im Speicher anbringt (S. 82).

Anm.: Diese Beschreibung des Mondhauses gehört zum Grenzrand, da der Erzähler das Haus ja von außerhalb, noch auf der Mondleiter stehend, sieht. Die eigentliche Schilderung des Grenzrandes folgt jedoch erst beim Abstieg vom Mond.

Das Mondhaus über uns war vollständig in Finsternis gehüllt; tief unter mir entdeckte ich einen schwachen Lichtkomplex, der zunahm, je mehr wir uns der Erde näherten, und bald war es klar, daß wir in ein Zwielflicht hineinstiegen. (S. 153)

Ein feuchter Dunst lag auf meinen Kleidern und auf meinen Haaren, ein Zeichen, daß wir den Dunstkreisen der Erde immer näher kamen. Wir mochten an die

vier Stunden schon gestiegen sein. Es war aber noch immer stockfinster. Trotzdem glaubte ich, daß wir dem Tag näher waren als der nacht, denn die dämmerige Ausbreitung unter mir war eher heller geworden. Schwarze, gigantische Figuren mit insektenhaften Beinen sah ich unter mir lautlos sich hin und her bewegen. Ich glaubte, wir passierten jetzt das Reich der Dämonen, welches nach der mittelalterlichen, theologischen Anschauung zwischen Erde und Himmel inzwischen lag. (...) Ein eigentümliches Sausen drang von unten herauf; waren es die von der nahenden Sonne bewegten Luftmassen, oder waren es die Wälder, oder die Flüsse, oder das Meer, - kurz, ich fühlte, wir seien in nächster Erdennähe. (S. 156)

Nach etwa einer Viertelstunde tauchte wir aus dem Nebel heraus, und – unter mir lag eine stark angereifte Wiese. (...) Nach etwa zehn Minuten kam ich gegen das Ende der Strickleiter. (S. 157)

Literatur

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. München 1981

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Ontische Grenzränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Zweidimensionalität semiotischer Ränder

1. Gegeben sei die allgemeine Form triadisch-trichotomischer Dualsysteme

$$DS = [(a.b), (c.d), (e.f) \times (f.e), (d.c), (b.a)].$$

Da die Grenzen zweier Repräsentationsrelationen durch die ihnen nicht-gemeinsamen Subrelationen definiert sind (vgl. Toth 2013), bekommen wir

$$G(DS) = [(a.b), (c.d), (e.f)] \cup [(f.e), (d.c), (b.a)] \setminus [(a.b), (c.d), (e.f)] \cap [(f.e), (d.c), (b.a)].$$

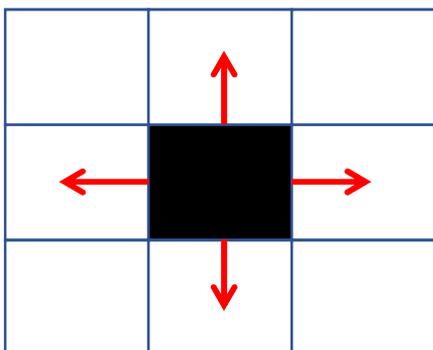
Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive, und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$\mathcal{R}_\lambda := INV(a.b) = \{(c.d) \mid c < a \vee d < b\}$$

$$\mathcal{R}_\rho := SUP(a.b) = \{(c.d) \mid c > a \vee d > b\}.$$

Daraus folgen zwei Dinge: 1. $INV(a.b)$ und $SUP(a.b)$ sind relativ zur Relation, deren Umgebungen bestimmt werden, komplementär. M.a.W. ergibt also die Vereinigung dieser Relation und ihrer beiden Umgebungen die semiotische Matrix. 2. Umgebungen sind 2-dimensional, d.h. sowohl triadisch als auch trichotomisch bestimmt.

2. In der semiotischen 3×3 -Matrix gibt es nur eine einzige Subrelation (a.b), welche 2-dimensional weder über leere linke noch über leere rechte Ränder verfügt, d.h. für die gilt $\mathcal{R}_\lambda(a.b) \neq \emptyset \wedge \mathcal{R}_\rho(a.b) \neq \emptyset$, und dies ist der zentrale indexikalische Objektbezug



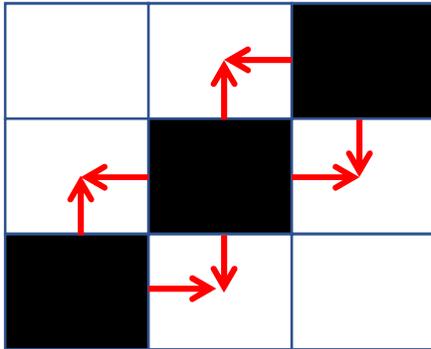
Wir haben also

$$\mathcal{R}_\lambda(2.2) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.2) = (2.3, 3.2).$$

Ist (2.2) Subrelation des eigenrealen semiotischen Dualsystems

$$\text{DS} = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$



dann haben wir

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3, 3.2, 3.3),$$

d.h. die Umgebung bestimmt sich als

$$U[(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)] = \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) \cup \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3).$$

3. Da jede Zeichenrelation $ZR = ((a.b), (c.d), (e.f))$ über die triadische Ordnung

$$T_d = (a., c., e.)$$

und über die trichotomische Ordnung

$$T_t = (.b, .d, .f)$$

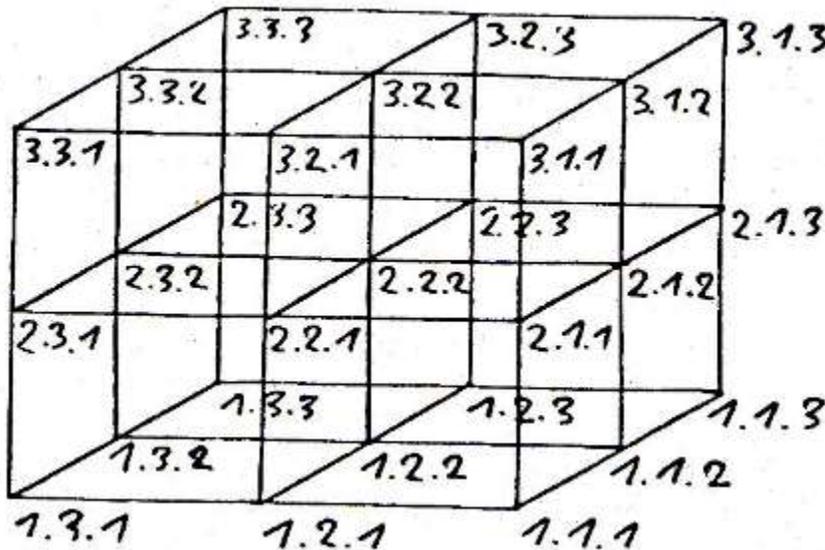
verfügt, die orthogonal zueinander stehen, sind semiotische Randrelationen notwendig symmetrisch, da für jedes Relation $(c.d)$ auch die ihr duale Relation $(d.c)$ sich in der Randrelation befinden muß.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Dreidimensionale semiotische Ränder in Stiebings Projektionsmodell

1. Der von H.M. Stiebing in seiner Dissertation konstruierte 3-dimensionale Zeichenraum (Stiebing 1978, S. 77) ist ein semiotisches Projektionsmodell, da die horizontalen und die vertikalen Ebenen 3-dimensionale Kopien der 2-dimensionalen Grundfläche sind.



Diese Grundfläche hat also die Struktur

(1.1.1) (1.1.2) (1.1.3)

(1.2.1) (1.2.2) (1.2.3)

(1.3.1) (1.3.2) (1.3.3),

d.h. die allgemeine Form jeder Subrelation ist

${}^2R = (a.b.c)$ mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$,

und die Form eines über 2R konstruierten semiotischen Dualsystems ist

$DS = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$

2. Es versteht sich von selbst, daß sowohl Grenzen und Ränder als auch Grenzüberflächen des Stiebingschen Projektionsmodell ebenfalls 3-dimensional sind. Die entsprechenden Definitionen lauten also (vgl. Toth 2013)

$$G(\text{DS}) = [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cup [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \setminus [(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)] \cap [(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)].$$

Semiotische Ränder sind einerseits linke, d.h. involutive, und andererseits rechte, d.h. suppletive Zeichen-Umgebungen. Dabei ist

$$\mathcal{R}_\lambda := \text{INV}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d < a \vee e < b \vee f < c\}$$

$$\mathcal{R}_\rho := \text{SUP}(a.b.c) = \{(d.e.f) \mid d > a \vee e > b \vee f > c\}.$$

Für aus Grenzen und Rändern zu berechnenden Grenzränder gilt

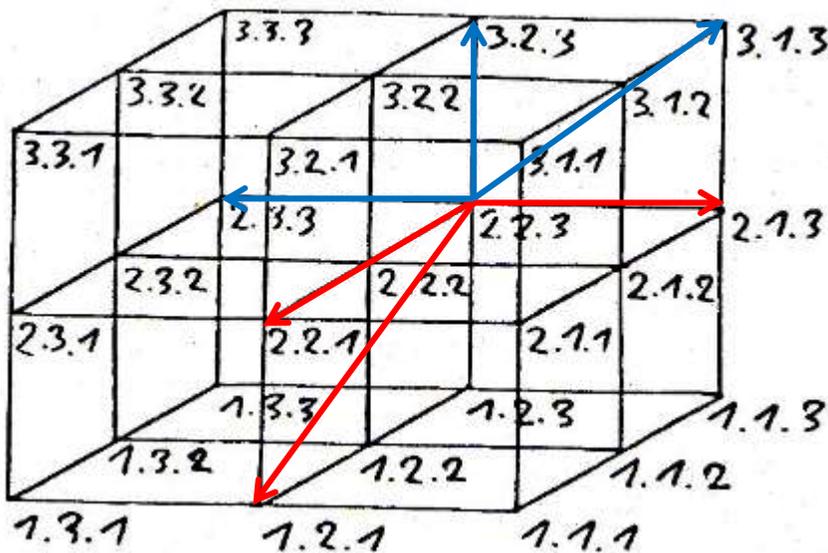
$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\lambda[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)]$$

$$G[(a.b.c), (d.e.f), (g.h.i) \times (i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)] \cap \mathcal{R}_\rho[(i.h.g), (f.e.d), (c.b.a)].$$

3. Als Beispiel stehe hier die Subrelation (2.2.3). Im folgenden Modell sind die linken Ränder rot und die rechten Ränder blau eingezeichnet.



Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Zweidimensionalität semiotischer Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Ränder in der großen semiotischen Matrix

In Toth (2013a) wurde zwischen linken oder involvativen und rechten oder suppletiven semiotischen Rändern unterschieden. In Toth (2013b) wurden ferner zwischen Haupt- und Nebengrenzen, -rändern, -grenzrändern, -nachbarschaften und -umgebungen innerhalb der von Bense (1975, S. 105) eingeführten großen semiotischen Basis unterschieden. Für jedes Paar von Subrelationen der Form

$$R = ((a.b), (a.b))$$

ist in jeder der 9 Submatrizen der großen Matrix

(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

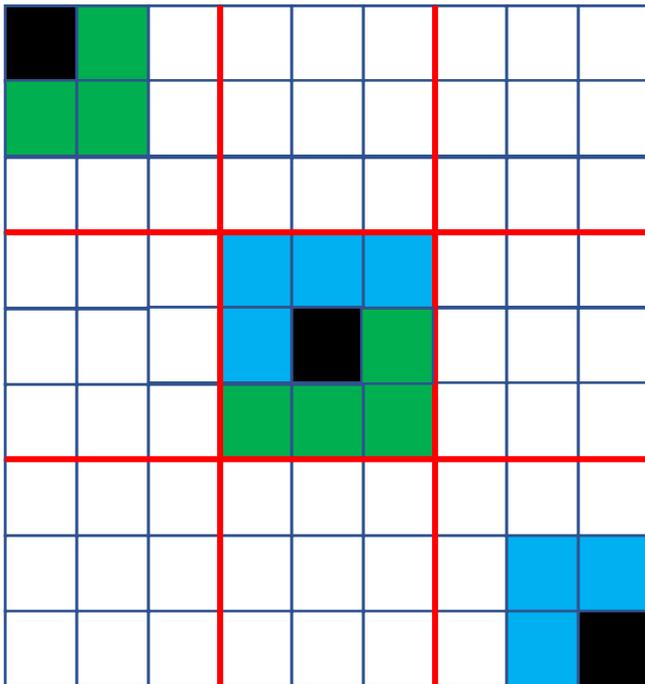
der linke Nebenrand der im folgenden allgemeinen Schema rot umrandete Teilraum

$((a.b-1), (a-1.b-1))$	$((a.b-1), (a.b))$	$((a.b-1), (a+1.b+1))$
$((a.b), (a-1.b-1))$	$((a.b), (a.b))$	$((a.b), (a+1.b+1))$
$((a.b+1), (a-1.b-1))$	$((a.b+1), (a.b))$	$((a.b+1), (a+1.b+1))$

und der rechte Nebenrand der nachstehend blau umrandete Teilraum

$((a.b-1), (a-1.b-1))$	$((a.b-1), (a.b))$	$((a.b-1), (a+1.b+1))$
$((a.b), (a-1.b-1))$	$((a.b), (a.b))$	$((a.b), (a+1.b+1))$
$((a.b+1), (a-1.b-1))$	$((a.b+1), (a.b))$	$((a.b+1), (a+1.b+1))$

(Man erinnere sich daran, daß gemäß Toth 2013b keine semiotische Relation ihr eigener Rand sein kann.)



Es ist somit

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1), (1.1) = ((1.1, 1.2), (1.1, 1.3), (1.2, 1.1), (1.2, 1.2), (1.2, 1.3), (1.3, 1.1), (1.3, 1.2), (1.3, 1.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.2, 2.2) = ((2.1, 2.1), (2.1, 2.2), (2.1, 2.3), (2.2, 2.1))$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.2, 2.2) = ((2.2, 2.3), (2.3, 2.1), (2.3, 2.2), (2.3, 2.3))$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 3.3) = ((3.1, 3.1), (3.1, 3.2), (3.1, 3.3), (3.2, 3.1), (3.2, 3.2), (3.2, 3.3), (3.3, 3.1), (3.3, 3.2)).$$

$$\mathcal{R}_p(3.3, 3.3) = \emptyset$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Relationen zwischen Rändern und Nachbarschaften erweiterter semiotischer Haupt-Dualsysteme

1. Im folgenden wird im Anschluß an Vorgängerarbeiten (Toth 2013a, b) das Verhältnis von Rändern und Nachbarschaften erweiterter semiotischer Haupt-Dualsysteme bestimmt. Da die Kenntnis der großen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105) auch in der Semiotik nicht gerade groß ist, seien deshalb vorab im Kürze die wichtigsten theoretischen Voraussetzungen aus Toth (2013a) resümiert. Gegeben sei

$$DS = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)), ((i.j), (k.l))) \\ \times (((l.k), (j.i)), ((h.g), (f.e)), ((d.c), (b.a)))$$

als allgemeine Form erweiterter Dualsysteme über der großen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105).

$((a.b), (c.d))$ mit $a < d$ und $d \geq c$. Ferner sei

$((a.b), (c.d))$ mit $a = c$ und $b < = > d$

als semiosische Ordnung für Paare von Subrelationen gegeben. Dies bedeutet, wie ebenfalls in Toth (2013) ausgeführt, eine Übertragung der trichotomischen Ordnung der Subrelationen der kleinen Matrix auf diejenige der Paare von Subrelationen der großen Matrix. Damit läßt sich DS in ein thematisiertes und ein thematisierendes Subsystem aufspalten

$$DS_{tt} = ((a.b), (e.f), (i.j)) \times ((j.i), (f.e), (b.a))$$

$$DS_{tn} = ((c.d), (g.h), (k.l)) \times ((l.k), (h.g), (d.c))$$

Wird DS in der Form

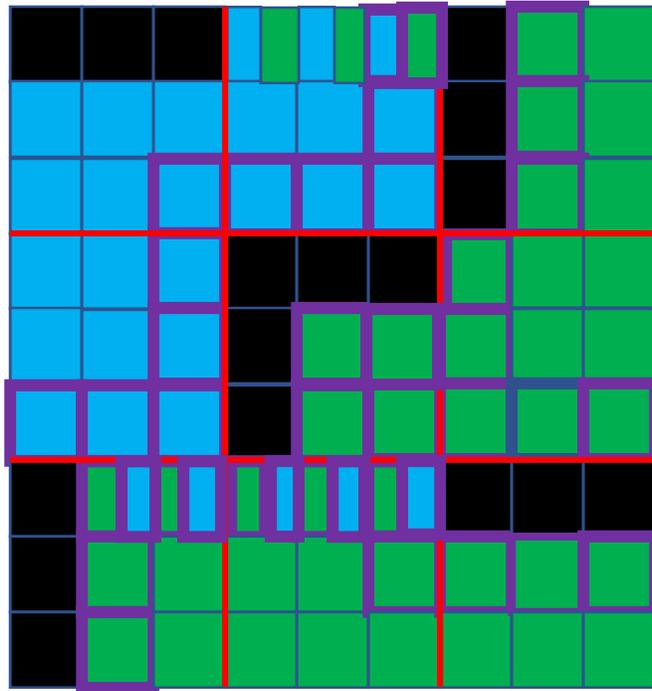
$$DS = ((a \leftarrow b), (c \leftarrow d), (e \leftarrow f))$$

notiert, dann gilt somit

$$(b, d, f) \subset (a, c, e).$$

2. Um Redundanzen und Trivialfälle auszuschalten, wird das Verhältnis von Rändern und Nachbarschaften innerhalb der großen semiotischen Matrix an-

hand der drei erweiterten Haupt-Dualsysteme aufgezeigt. In der nachstehenden Matrix sind involutive (linke) Ränder blau und suppletive (rechte) Ränder grün markiert. Violett eingerahmt sind die $N((a.b), (c.d)) \subset R((a.b), (c.d))$.



Wie man erkennt, weisen nur die erstheitlichen und die drittheitlichen thematisierten Subrelationen Rand-Doppelbelegungen auf.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Matrixstrukturen der erweiterten Hauptzeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Ränder erweiterter semiotischer Haupt-Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Suppletäre Systeme

1. Ontische Leerstellen in (zeiligen) Systemreihen sind meistens die Folge von Systemsubstitutionen. Während bei einer üblichen ontischen thetischen Setzung zuerst eine Umgebung als Systemform bestimmt und anschließend durch ein System belegt wird (vgl. Toth 2012), so daß also eine bijektive Abbildung zwischen ontischem Ort und System besteht, sind suppletäre Systeme solche, die in funktionaler Abhängigkeit von ontischen Leerstellen iconisch diesen an- bzw. eingepaßt werden. Auch sie, wie die nicht-suppletären Systeme, können, wie im folgenden gezeigt wird, mit Hilfe der in Toth (2015) formal eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen kategorisiert werden.

2.1. Adjazente suppletäre Systeme



Avenue Junot, Paris

2.2. Subjazente suppletäre Systeme



Rue du Louvre, Paris

2.3. Transjazente suppletäre Systeme



Avenue Charonne, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Geometrische Typen adessiver Teilsysteme

1. Vom Standpunkt der Relationalzahlarithmetik (vgl. Toth 2015a) sind alle drei im folgenden präsentierten Typen adessiver Teilsysteme subjazent. Allerdings unterscheiden sie sich durch ihre geometrische Form. Ein genauerer Blick zeigt jedoch, daß alle drei Fälle nicht unabhängig sind von sowohl von der Form ihres Referenzsystems als auch von dessen Umgebung. Während orthogonal-adessive Adsysteme bei jedem System- und Umgebungstyp auftreten können, ist konkave Adessivität auf negativ-orthogonale Systeme restringiert (bei denen sie mit diagonalen, d.h. transjzenten suppletären Systemen konkurriert, vgl. Toth 2015b). Der aufgezeigte Fall von konvexer Adessivität dürfte primär umgebungs- und nicht systemabhängig sein, läßt sich aber diesbezüglich nicht näher bestimmen.

2.1. Orthogonale Adessivität



Rue de la Convention, Paris

2.2. Konvexe Adessivität



Rue du Bourg Tibourg, Paris

2.3. Konkave Adessivität



Rue Descartes, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Negative Transjizienz

1. Das Quadrupel ortsfunktionaler Zahlenfelder der qualitativen Relationalzahlarithmetik (vgl. Toth 2015a) hält für transjizente Zählweise nur die beiden Paare perspektivisch reflektorischer Haupt- und Nebendiagonalität bereit

$$\begin{array}{cccc}
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 \\
 \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 0 & \emptyset & \emptyset & 0
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset & 0 & \emptyset & 0 \\
 1 & \emptyset & 1 & \emptyset \\
 & \times & & \times \\
 1 & \emptyset & 1 & \emptyset \\
 \emptyset & 0 & \emptyset & 0
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 \\
 \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 0 & \emptyset & \emptyset & 0
 \end{array}$$

Ontisch ist jedoch zusätzlich zwischen positiver und negativer Diagonalität und damit Transjizienz zu unterscheiden (vgl. Toth 2015b, c). Dabei kann, wie im folgenden zu zeigen ist, negative Transjizienz nicht nur genuin, sondern auch in den beiden anderen ortsfunktionalen Zählweisen auftreten.

2.1. Adjazente negative Transjizienz



Rue des Cendriers, Paris

2.2. Subjazente negative Transjazenz



Rue des Marguettes, Paris

2.3. Transjazente negative Transjazenz



Rue Descartes, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Geometrische Typen adessiver Teilsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Materiale Suppletion

1. Der in Toth (2015) eingeführte Begriff der Suppletion von Systemen wird im folgenden auf die materiale Teilrelation der triadischen ontischen Objektrelation übertragen und mit Hilfe der semiotischen Objektrelationen subkategorisiert (vgl. zur Raumsemiotik Bense ap. Bense/Walther 1973, S. 80).

2.1. Iconische Suppletion



Rue Crozatier, Paris

2.2. Indexikalische Suppletion



Rue de Lagny, Paris

2.3. Symbolische Suppletion



Rue Dunois, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Thematische und nicht-thematische Suppletion

1. Neben objektaler und materialer Suppletion (vgl. Toth 2015a, b), welche natürlich rein objektsyntaktisch fungieren, gibt es Fälle von objektsemantisch relevanter thematischer Suppletion. Wegen der Möglichkeit einseitiger thematischer Belegung bei verdoppelten Systemen ergibt sich eine Vermittlung zwischen thematischer und nicht-thematischer Suppletion und somit eine triadische ontische Relation.

2.1. Nicht-thematische Suppletion



Rue du Charolais, Paris

2.2. Halbthematische Suppletion



Rue Bénard, Paris

2.3. Thematische Suppletion



Rue de Domrémy, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Materiale Suppletion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Raumsemiotik ontischer Suppletion

1. Nachdem ontische Suppletion in Toth (2015a) aufgrund der in Toth (2015b) eingeführten Relationalzahlarithmetik kategorisiert wurde, wird sie im folgenden nach der benseschen Raumsemiotik kategorisiert (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80). Man beachte, daß alle drei im folgenden präsentierten ontischen Modelle adjazent sind, daß sich aber natürlich auch subjazente und transjazente ontische Suppletionen raumsemiotisch subkategorisieren lassen.

2.1. Iconische Suppletion



Rue de la Voûte, Paris

2.2. Indexikalische Suppletion



Rue Rottembourg, Paris

2.3. Symbolische Suppletion



Rue Raymond Losserand, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zwei besondere Fälle von konverser Subjazenzen bei transjzenten Systemen

1. Da qualitative Relationen per definitionem nicht auf dem die Quantität verbürgenden Schema der 2-wertigen Logik beruhen und daher nicht in Form von Dichotomien und Dualitäten, sondern von Trichotomien und Trialitäten oder höherer entsprechender Relationstypen auftreten (vgl. zuletzt Toth 2015), kann es folglich auch keine echte Konversionsrelation geben, und zwar weder bei Zeichen, d.h. innerhalb der Semiotik, noch bei Objekten, d.h. innerhalb der Ontik. Daher sind auch die beiden im folgenden präsentierten Fälle nur im Sinne einer qualitativen Relation zueinander (relativ) konvers.

2.1. Das erste Beispiel zeigt ein relativ zur adjazenten Reihigkeit der Systemzeile transjzentes konvexes System, aus dem ein Teil extrahiert und einerseits durch eine ontische Leerstelle mit Arkaden, andererseits durch negativ orthogonale Suppletion aufgefüllt wurde.



Rue des Haies, Paris

2.2. Dagegen zeigt das zweite Beispiel ein subjazent, d.h. im Seitenfeld eines adjazenten Systems angebrachtes transjzentes System, das durch einen Vorbau, welcher die relationalzahlige Differenz zwischen Subjazenzen und

Transjazen partiell aufhebt, ebenfalls subjazent relativ zur Reihigkeit der Systemzeile, angebacht wurde.



Rue du Cardinal Lemoine, Paris

Die beiden Systeme sind also nur relativ zu den Lagerrelationen ihrer suppletiven Adsysteme qualitativ konvers, denn in 2.1. ist die Suppletion exessiv, in 2.2. hingegen adessiv. In 2.1. verhält sich die negative Orthogonalität quasi-konvers zur Konvexität des transjazenten Referenzsystems, in 2.2. wird mittels positiver Orthogonalität der sich in negativer Orthogonalität äußernde Kontrast zwischen Adjazenz und Transjazen überbrückt.

Literatur

Toth, Alfred, Eine triadische ontische Adjazenz-Subjazen-Relation In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Transformationen ontischer Suppletion

1. Die in Toth (2015a) eingeführte und in Toth (2015b) raumsemiotisch kategorisierte ontische Suppletion, kann, entsprechend der Semiose der raumsemiotischen Objektrelationen, d.h. der Abbildungen

σ_{α} : (2.1) \rightarrow (2.2)

σ_{β} : (2.2) \rightarrow (2.3)

mit $\sigma_{\beta\alpha}$: (2.1) \rightarrow (2.3),

entweder in generativ-semiosischer oder in degenerativ-retrosemiosischer Ordnung anhand von ontischen Modellen präsentiert werden. Das bedeutet also, daß es zwischen repertoiriell fungierenden ontischen Leerstellen, Abbildungen und Systemeinfügungen Übergänge gibt und daß diese, wie für qualitative Systeme nicht anders zu erwarten, graduell sind.

2.1. Iconische Suppletion



Rue Lacépède, Paris

2.2. Indexikalische Suppletion



Cité Aubry, Paris

2.3. Symbolische Suppletion



Rue Planchat, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Raumsemiotik ontischer Suppletion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Leere und nicht-leere konkave Übereckrelationen

1. Während Kopfbauten konvexe Übereckrelationen darstellen und sog. ontisch duale, d.h. konkave Köpfe sehr selten sind, vgl. das folgende Beispiel



Rue Falguière, Paris,

treten bekanntlich bei raumsemiotisch indexikalisch fungierenden Abbildungen (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) nur konkave Übereckrelationen auf, denn konvex sind die raumsemiotisch iconisch fungierenden Systeme, welche die Abbildungen als private Randobjekte determinieren. Diese konkaven Abbildungen können, natürlich wiederum im Gegensatz zu den Systemen, sowohl leer als auch nichtleer auftreten. Im ersten Fall muß die Konkavität allerdings innerhalb der allgemeinen Systemrelation $S^* = [S, U, E]$ (vgl. Toth 2015) durch einen topologischen Abschluß (E) markiert sein. Wie bei qualitativen Systemen nicht anders zu erwarten, gibt es jedoch Vermittlungen zwischen Dichotomien und Dualitäten.

2.1. Nichtleere konkave Übereckrelationen



Rue Cardinale, Paris

2.2. Leere konkave Übereckrelationen

2.2.1. Mit subjazenter Suppletion



Rue Bellier-Dedouvre, Paris



Rue Bellier-Dedouvre, Paris

2.2.2. Ohne subjazente Suppletion



Cité Aubry, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2015

Lagetheorie und Suppletivität

1. Zu ontischer Suppletivität vgl. Toth (2015a, b). Im folgenden werden suppletive Systeme in Funktion der ontischen Teiltheorie der Lagerrelationalität (vgl. Toth 2012) subkategorisiert.

2.1. Excessive Suppletivität



Rue Cabanis, Paris

2.2. Adessive Suppletivität



Rue de Domrémy, Paris

2.3. Inessive Suppletivität



Rue Jacques Hillairet, Paris

Man beachte übrigens, daß inessive Suppletivität, anders als exessive und adessive, nur bei 2-seitiger Objektabhängigkeit auftreten kann, da inessive Systeme per se üblicherweise nicht-suppletiv sind. In anderen Worten unterscheidet sich also inessive Suppletivität sowohl von exessiver als auch von adessiver Suppletivität dadurch, daß sie objektsemantisch relevant ist.

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Suppletäre Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Raumsemiotik ontischer Suppletion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Triadische ontische Suppletionsrelation

1. Man kann innerhalb der allgemeinen triadischen Systemrelation $S^* = [S, U, E]$ (vgl. Toth 2015) Abschlüsse E unter Umständen als Suppletionen auffassen, welche die dyadische S^* -Teilrelation $[S, U]$ zu S^* suppletiert, da S^* ja selbstenthaltend definiert ist. In diesem Falle stellt die zugehörige Suppletionsrelation, wie im folgenden gezeigt wird, eine triadische ontische, d.h. qualitative Relation dar.

2.1. \emptyset -Suppletion



Rue de Montreuil, Paris

2.2. E-Suppletion



Rue Pinel, Paris

2.3. S-Suppletion



Rue Pinel, Paris

Man beachte also in Sonderheit, daß es keine U-Suppletion geben kann, da die dyadische S^* -Teilrelation $[U, E]$ 2-seitig objektabhängig von S vermöge Selbsteinbettung in S^* ist.

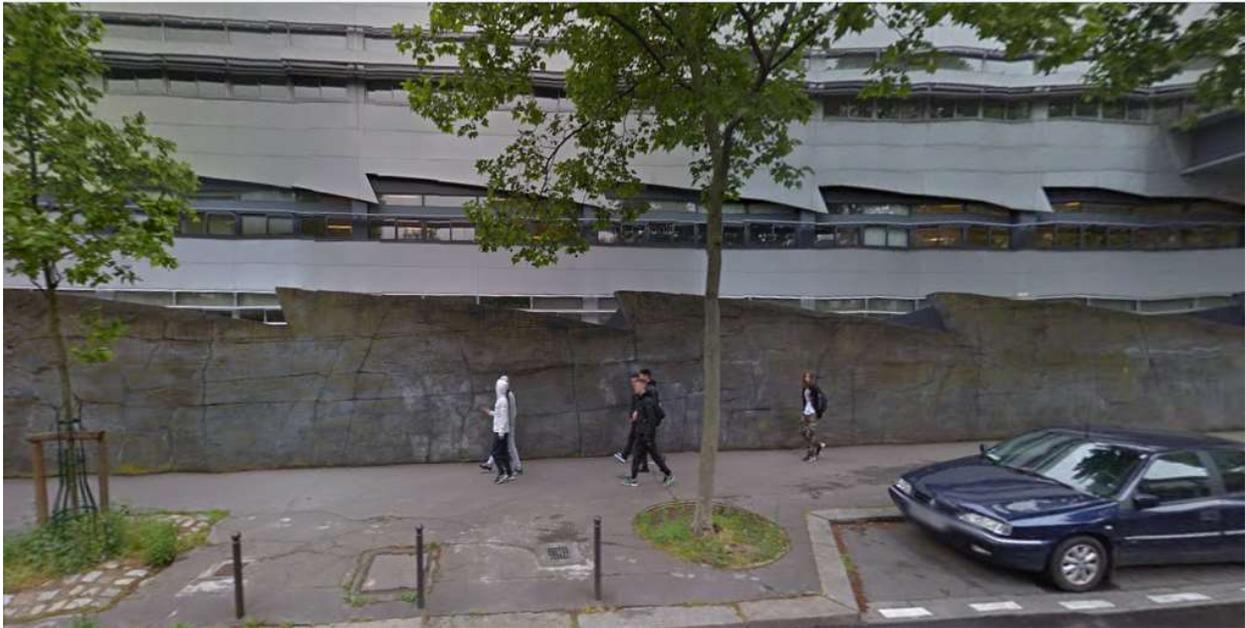
Literatur

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Distante und nicht-distante materiale Suppletion

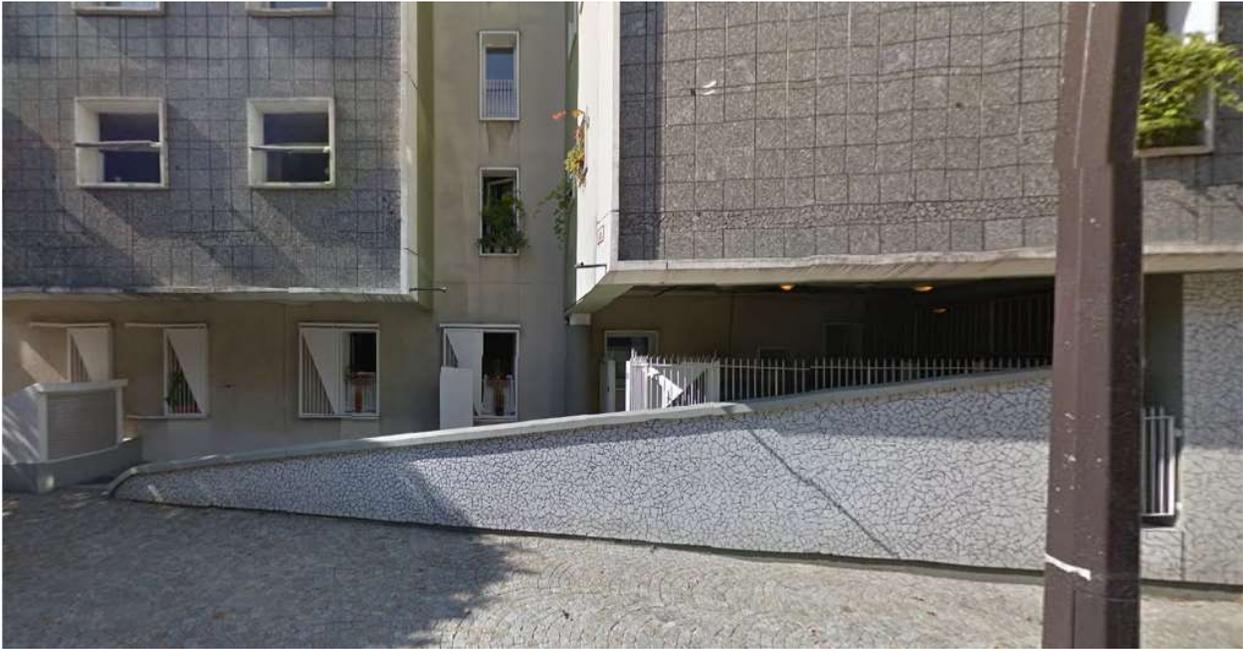
1. Materiale Suppletion (vgl. Toth 2015) besitzt die auffällige ontische Eigenschaft, distant und nicht-distant aufzutreten, wobei diese metrische Relation qualitativ in Form des vollständigen raumsemiotischen Objektbezugs (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) vermittelt erscheint.

2.1. Symbolische materiale Suppletion



Rue David d'Angers, Paris

2.2. Indexikalische materiale Suppletion



Chemin du Parc de Charonne, Paris

2.3. Iconische materiale Suppletion



Rue Crozatier, Paris



Rue des Peupliers, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Materiale Suppletion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ortsfunktionalität ontischer Kompensation

1. Ontische Kompensation ist eine Eigenschaft, die nicht nur bei Colinearität auftritt (vgl. Toth 2015a). Im folgenden wird sie für alle drei Zählweise der qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen nachgewiesen (vgl. Toth 2015b). Man beachte, daß alle drei im folgenden präsentierten ontischen Modelle lagerrelational konstant, genauer: exessiv, sind. Ontische Kompensation ist somit eng mit ontischer Suppletion verwandt (vgl. Toth 2015c).

2.1. Adjazente Kompensation



Rue Cabanis, Paris

2.2. Subjazente Kompensation



Rue de la Villette, Paris

2.3. Transjazente Kompensation



Rue Mouffetard, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Colineare Kompensation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Raumsemiotik ontischer Suppletion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ontische Inkorporation I

1. Ontische Inkorporation bedeutet im Rahmen der in Toth (2015) eingeführten triadischen Systemrelation $S^* = [S, U, E]$, daß es ein Objekt $\Omega \in U$ gibt zusammen mit einer Abbildung

$$f: (\Omega \in U) \rightarrow S^*.$$

Das Resultat kann somit nur $\Omega \in S$ sein, da E als topologischer Abschluß keine ontischen Leerstellen für Objektbelegungen aufweisen kann und das Objekt ja aus U verschoben wird. Im folgenden wird anhand von Speisen aufgezeigt, daß ontische Inkorporation alle drei in Toth (2012) definierten ontischen Lagerrelationen erfüllt.

2.1. Inessive Inkorporation

Im folgenden Fall ist der Senf als Umgebung des Systems der Würste inessiv, d.h. es liegt triviale oder Nicht-Inkorporation vor.



Wienerli mit Senf.

2.2. Adessive Inkorporation

Im nächsten Fall befinden sich die Umgebungen Mayonnaise und Ketchup in subjazenter Relation zu den Fischstäbchen als Systemen, d.h. es liegt adessive Inkorporation ("Adkorporation") vor.



"Fischstäbchen à la Bahnschranke" (aus: Pfarrer Braun. Brauns Heimkehr, 20.3.2014)

2.3. Exessive Inkorporation

Echte ontische Inkorporation ist exessiv, wie im folgenden Fall, da der Senf als Umgebung des Systems der Wurst mit dieser zusammen exessiv eingebettet wird.



Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontische Inkorporation II

1. Zur Einleitung vgl. Toth (2015a). Im folgenden wird gezeigt, daß ontische Inkorporation einerseits mit ontischer Suppletion (vgl. Toth 2015b) und andererseits mit ontischer Kompensation (vgl. Toth 2015c) zusammenhängt und daß alle diese einander sympathetischen (nicht-invarianten) Objekteigenschaften die vollständige raumsemiotische Objektrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) erfüllen.

2.1. Raumsemiotisch iconische Inkorporation



Rue Damesme, Paris

2.2. Raumsemiotisch indexikalische Inkorporation



Rue Clavel, Paris

2.3. Raumsemiotisch symbolische Inkorporation



Rue de Plantes, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Ontische Inkorporation I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Lagetheorie und Suppletivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Lagerrelationalität ontischer Kompensation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c